بسم الله الرحمان الرحيم.

كتاب «مقاليد علم الهيئة، ما يحدث في سطح بسيط الكرة»، عمله أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني للأصبهبد الجيلجيلان فدشوارجرشاه أبي العبّاس مرزبان[١] بن رستم بن شروين مولى أمير المؤمنين.

جُبلت القلوب على حب من أحسن إليها والحب يحمل صاحبه على إظهار ما في الضمير وتقريره[٢] عند المحبوب. وإذا اجتمع مع داعي المحبة الطبيعية باعث على شكر على صنائع وإيّاد، فهنالك يجب الخدمة الحقيقية ويلزم العبودية الأبدية. مثال ذلك ما أنزى قلبي من خالص المحبة وصافي المودة لنفس مولانا الاصبهبد الجليل السيد جيلجيلان فدشوارجرشاه — عمّر الله تعالى العالم بامتداد مدته وحرس بهجة الانام بدوام قدرته وثبات دولته — وقد انضاف إلى ذلك ترحيب بي وتقريب لي وإكرام إيّاي وتوفير عليّ، تفضّلا منه وتبرّعا بالكرم، من غير استحقاق سابقة سلفت لي في القيام بموجب خدمته فعلاً، وإن لم أخل منه بتّة قولا. فإذا هو — أدام الله علوه — مالك دمي ما بقيت وأين كنت، وليس يحسن في طريقة العقل الذي هو عيار جميع الأشياء نسيان شكر المولى طرفة عين لكنه يلزم العبد القيام به على قدر الوسع والإمكان، سواء طولب أو لم يطالب.

(١) هناك حاشية كتب فيها «صاحب مرزبان نامة».
(٢) الكلمة غير واضحة في الاصل ويمكن قراءتها «تبريره».

ولمّا كان ذكر مولانا الاصبهبد الجليل السيد – أدام الله دولته – أقرب إليّ من حبل الوريد ، ومنّته المتظاهرة أشمل عليّ من جلدي ، وشكر صنائعه المتواترة ألزم لي من ظلي ، وكان هو صفوة الجنس وخيرة أولي الفضل من الأنس ، وحضرته معدن العلم وينبوع الحكمة ، ومجلسه العالي مجمع الآداب وملقّح الألباب ، لم أحب أن أخدم فناءه الرحب بغيرها ، وإن كان يهوي فضلي في بحره وما عندي من روائح العلم يصغر بإزاء قدره . ولكنّ الاعمال بالنيّات ، وكل يعمل على شاكلته ، فأثبتت لخزانته المعمورة قضية مبدأ الشكل الكري الذي يستغنى بلوازمه عن الشكل القطاع الذي لا غناء عنه في علم الهيئة . وإلى شريف همته وسابغ فضله وعزّته الملجأ في بسط عذري وتمهيده ، وتشريفي بقبوله وتأمّله . والله أسأل قبل وبعد أن يبقيني في ظلّه ويعينني على خدمته بمنّه وطَوْله .

مبدأ الكتاب .

أقول الدوائر العظام ، إذا تقاطعت على السطوح الكرية ، حدث منها أشكال مختلفة . ففي كرة السماء يتشكل منها الميول والعروض ، وسعة المشارق واختلاف المطالع ، وقسيّ الأيّام والليالي ، والارتفاعات والانحطاطات ، والسموت ومطالعها ، ومقادير الزوايا المختلفة باختلاف تقاطع هذه الدوائر . وليس إلى معرفة أقدار بعضها من بعض واستخراج المجهول من المعلوم منها سبيل إلاّ بتحصيل النسب بين جيوبها . والمرجع في ذلك إلى شكل ملقّب بالقطاع وهو من قسي عظام على بسيط الكرة ، متقاطعة ، قد خرج كل اثنين منها من نقطة غير الأخرى ، وقد ذكره بطلميوس في النوع الثاني عشر من المقالة الأولى من كتاب «المجسطي» ، ووجد أيضًا في كتاب «الكريات» لمانالاوس ، وهو أقدم منه بزمان . والنسب الواقعة في هذا القطاع تتألّف من نسبتين تعطيها نسبة مقادير ، فنسبة اثنين منها كنسبة آخرين مثنّاة بنسبة الباقيين.

وزاد في شرحه ، وتتبّع العمل في أقسامه أبو العبّاس الفضل ابن حاتم النيريزي وأبو جعفر محمّد بن الحسين الخازن في شرح كل واحد منهما (١٦٣ ظ) لكتاب «المجسطي» ، ولخّصه أيضًا أبو جعفر الخازن في «زيج الصفائح» وأبو نصر منصور بن علي بن عراق في كتاب «تهذيب التعاليم» ، وأفرد أبو الحسن ثابت ابن قرة كتابًا في النسب المؤلّفة وأقسامها واستعمالها وكتابًا آخر في الشكل القطاع وتسهيل العمل عليه . وكثير من المحدّثين كابن

البغدادي وسليمان بن عصمة وأبي سعيد أحمد بن محمد بن عبدالجليل[1] السجزي وغيرهم خاضوا في هذا العلم واعتنوا به إذ كان العمدة في علم الهيئة حتى لولاه لَمَا توصّلوا إلى الوقوف على شيء ممّا ذكرناه. وعليه كانوا يعملون، وإيّاه يستعملون، وبه يأخذون.

إلى أن طال الأمد، وانتهت المدّة إلى زماننا هذا، ذي العجائب والبدائع والغرائب، الجامع بين الأضداد. أعني بذلك غزارة ينابيع العلوم فيه، وتهيّؤ طبائع أهله لقبول ما يكاد أن يكون الكمال والنهاية في كل علم، وانتشار الفضل فيهم والقدرة على استنباط العجائب المعجزة جل القدماء، مع ظهور أخلاق منهم تضادّ ما ذكرناه، ومناقضة من عموم المتنافسين والتحاسد إيّاهم، واحتواذ التنازع والتعاند عليهم، حتى يغير بعضهم على بعض وافتخر بما ليس له. ويسلب بعضهم بعضًا علمه وينسبه إلى نفسه، متكسّبًا به، ويكلّف الناس التعامي عن فعله، بل يصرف عنان قوّته الغضبيّة إلى من فطن بحاله وينطوي على عداوة وبغضاء له. كما وقع بين جماعة من أفاضل عصرنا في تسبيع الدائرة وفي تثليث الزاوية بالسواء وفي تضعيف المكعّب وغير ذلك، وكما وقع بين طائفة من العلماء في شكل قريب المتناول، سهل المأخذ والعمل، نائب عن الشكل القطاع في أغراضه، وقائم مقامه في إنتاج أعماله.

وأنا، لتجردي عن العصبية والإصرار بالباطل واتّسامي بالعجز والإقرار بالفضيلة لصاحبها ومعرفتي بحقّه وميلي إلى توفيره عليه، أريد أن أسوق ما عندي من كيفية حالهم وحديثهم، كيلا يتصوّر عند مولانا الاصبهبد الجليل السيد جيلجيلان — أدام الله علوه — إذا وقف على أعمالهم، خلاف ما وجدتهم عليه. ثم أحكي الشكل وبراهينهم عليه، ثم كيفية استعماله بعد ذلك، بعون الله وحسن توفيقه.

(١) في المتن «الملك» وهناك إشارة إلى حاشية غير واضحة.

سياقة قضية هذا الشكل أو ما لكلّ واحد من العلماء من صلته فيه

قد كان اجتمع عند أبي سعيد أحمد بن محمد بن عبد الجليل (المعروف بالسجزي)[١] عدة طرق لفضلاء المهندسين وأصحاب الزيجات في استخراج سمت القبلة بالحساب والتقدير المساحي بالآلات[٢] ، مختلفة النتائج ، عديمة البراهين. وأعلمته أنّ مولاي ومصطنعي أبا نصر منصور بن علي بن عراق – أيّده الله – شديد القوى على استخراج براهين امثالها من الحساب ، بعيد الغور فيها ، سريع الإدراك لها. فسألني مطالبته بتأمّلها وإزاحة العلّة في تحقيقها والكشف عن دواعي اصحابها إليها. ففعلت وعمل أبو نصر في ذلك السؤال كتابًا وسمّاه «بالسموت» ، أودعه المطلوب منه واستنبط في مواضع من ذلك الكتاب لوازم هذا الشكل ، من غير قصد منه له إلاّ لِمَا احتاج إليه.

واتّصل بأبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني خبر هذا الكتاب ، فكاتبني في معناه ، فأنفذته إليه ، وهو يومئذٍ بمدينة السلم. وورد جوابه ناطقًا باستحسانه الكتاب واستعظامه إيّاه ، لولا أنّ صاحبه سلك فيه طرق القدماء في استعمالهم الشكل القطاع والنسبة المؤلّفة ، وأنّ له طرقًا خفيفة في معرفة السمت أوجز من تلك وأحسن[٣] .

(١) هذا مكتوب في الحاشية.

(٢) في الأصل «بآلآت» ولكن من المناسب إعادة «مختلفة النتائج» إلى كلمة «طرق» أكثر من إعادتها إلى «آلآت».

(٣) يلمح أبو نصر إلى هذه الواقعة في رسالته إلى البيروني المشار إليها في الصفحة التالية ، فيقول : «... إلى أن ورد كتاب شيخنا ابي الوفاء محمد بن محمد البوذجاني على الفقيه أبي علي الحبوبي يذكر فيه أنّه تأمّل أكثر كتابي في السموت فوجدني فيه سالكًا مسلك المتقدّمين ، يشير إلى عملي في براهينه بالشكل القطاع ويصف أنّ طرقه التي سلكها في المجسطي الذي عمله أخف وأسهل وأوجز وأحسن». (A. Naṣr, *Qusīy*, p. 2)

وعُرِض ما قاله على أبي نصر ، فزعم أنّه إنّما فعل ذلك لمحبته اقتداء آثار المتقدمين ولحاجته إلى الشكل القطاع عند إقامة البرهان على أعمال غيره ، فإنّهم كانوا استخرجوها به ، على أنّ ما ذكره أبو الوفاء هو سهل ومن مال إليه فيستكفي المؤونة منه من شكلين في كتاب «السموت» عرّفني موضعها وكيفية انزياح العلّة عنها[٤] .

ولم يكتف بذلك دون أن أنشأ حينئذٍ رسالة إليّ ، بيّن فيها هذا الشكل والعمل به . ثم أنفذ إليّ أبو الوفاء ، بعد مضيّ سنة على ذلك ، سبع مقالات من كتاب عمله وسمّاه «مجسطي أبو الوفاء» ، قد أورد فيه هذا الشكل ببرهان قريب واستعمله في جميع أمور الهيئة في «مجسطيه» ذلك .

ولمّا وقفت منها على ما وقفت واغترفت من بحرهما ما به تقوّيت استخرجت البرهان عليه بطريق ليس ببعيد على من تصوّر الخطوط الواقعة في جوف الكرة وقرّبت طرق استعماله على ما سأورده في هذا الكتاب .

(٤) يقول أبو نصر في رسالته إلى البيروني : «وقد كنت أتيت في الجملة الثانية من كتاب السموت بشكل يتبيّن به هذا المعنى في المثلث الذي إحدى زواياه قائمة وإن كنت لم أذكر ذلك ولا أخرجت الدعوى فيه مخرجًا يطابقه لأنّ الغرض كان هناك أن يكون الكتاب موافقًا للسؤال ، وقد كنت ابتدأت فسألت عن براهين طرق من الحساب في سمت القبلة لتفرّ من علماء هذه الصناعة شبهتهم . ثم ثنيت بأن سألت أن أضيف إلى ذلك ما أتمكّن في الوقت من استخراجه مما يشاكل طرق أولئك العلماء وجلّهم سلك مسلك القدماء ، ومن تأمّل ذلك الشكل وأظنّه السابع عشر من أشكال الجملة الثانية وقف على صدق ما أقول وأدّعي الآن» . (A. Naṣr, *Qusīy*, p. 5)

ثم طلبت بلد الريّ بعد ذلك ، ولقيت به أبا محمود حامد بن الخضر الخجندي . وأخرج إليّ كتابًا عمله في أعمال الليل بالكواكب الثابتة ، وأورد في أوائله هذا الشكل ببرهان آخر وفضل طول معه ، وسمّاه «قانون الهيئة» ، وبنى عليه جميع ما قصده في ذلك الكتاب.

ثم ألفيت (١٦٤ و) أبا الحسن كوشيار بن لبّان الجيلي في عمل كتاب قدّم هذا الشكل في مبادئه على مثل ما ذكره أبو محمود ، وسمّاه «المغني» – يغني عن الشكل القطاع – واستخرج به فيه أكثر ما تشتمل عليه المقالة الثانية من كتاب «المجسطي» ، ميلاً منه إلى تخفيف العمل إذ ليس يستعمل في هذا الشكل نسبة إلا واحدة بسيطة غير مؤلّفة ، ولا مقادير أكثر من أربع ، وليس يخفى فضل سهولة التصور وخفّة العمل الأبسط عليها بالمركّب المؤلّف.

فأمّا أبو نصر ، فلإحاطتي بجلّ أحواله العلمية ومشاهدتي إيّاها منذ تعاطيّ القسم الرياضي وقيامي بتحصيل ما هو حاصل في خزائنه من الكتب وإملائه عليّ جميع ما يستخرجه ويستنبطه ، ولردّه عن ادّعاء ما لغيره لنفسه وإنصافه بين المتنازعين في ذلك وتسامحه ، متبرّعًا بالانتساب إلى علماء يقصرون عن مرتبته من غير أن تلمذ لأحدهم ، ومع غزارة علم أدبه وذكاء فهمه وعجيب فطنة طبع عليه ، لست أتّهمه بأخذ هذا الشكل من غيره ، بل لا أستجيز لبالي أن يخطر ذلك به ، لِمَا قدّمته من جهة ، ولأنّه أجاب به وقت المطالبة إيّاه والحاجة إليه.

وأمّا أبو الوفاء، فلم أشاهده ولم أقف من أسبابه على مثل ما وقفت عليه لغيره لكني أتعجب منه حيث رأى في كتاب السموت شكلين يؤدّيان إلى ما فاخر به صاحبه فتعامى عنهما وتصامم. فلئن كان افتخاره بالشكل المذكور، فلقد عاين مثله لغيره بين يديه، مصرّحًا في أوّله أنّه يمكن معرفة ما ذكر من الكريّات في أحد طرق سمت القبلة بطريق آخر سوى التي تتألّف في الشكل القطاع وفي آخره أنّه قد أنتج من ذلك طريق معرفة الميول والمطالع سوى الذي أتى به بطلميوس بالشكل القطاع. ولئن كان افتخاره بما ذكرناه طريقة في سمت القبلة، فما أتى بشيء بديع غير ما في زيج حبش الحاسب بعينه، لم يزد عليه إلاّ تقسيم العمل أقسامًا مرتّبة في عدة فصول ولم يغيّر سوى العبارة عن الطول المعدّل بتعديل الطول وعن العرض المعدّل بتعديل العرض. على أنّه مشكور في اجتهاده وسعيه **ولست أتجنّى** عليه إلا الذي لم يلق بفضله من الصلف الكاذب **فقبيح به** جدًا أن يفاخر من اخترع في سمت القبلة ما اختُرع في كتاب «السموت».

وأمّا أبو محمود، فقد ذكر أنّه السابق إليه وانّ أبا الوفاء أخذه عنه، إن كان ذكره. ومن لم يعلم الحقيقة، مع اختلاف براهينهما على ما سأحكيه عنهما، وقد شاهد بعضهما وكل واحد منهما منحاز إلى الجملة المعادية مع صاحبهما، فالأمر في السبق لكليهما ممكن.

وأمّا كوشيار، فقد اعترف عند حضور أبي محمود لديه أن ليس منه إلا التهذيب والإيجاز والتنقيح.

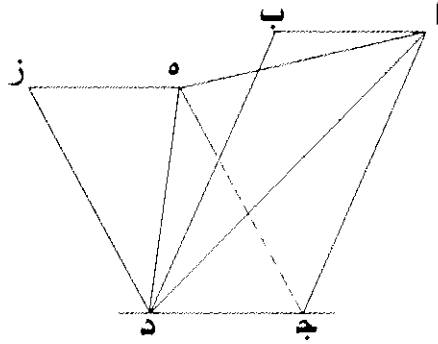
فهذه حقائق ما عنيت من أخبارهم في ذلك، فنعود الآن إلى إنجاز الوعد.

وأقدّم قبل ذلك من مقدّماتهم
ما سيُحتاج إليه فيما بعد.

مقدّمة قدّمها أبو نصر بن عراق للشكل القطاع في كتاب «تهذيب التعاليم».

إذا أخرج من نقطة على أحد سطحين معتدلين، مستقيمي الخطوط، متقاطعين، عمودان أحدهما إلى السطح الآخر والثاني إلى الفصل المشترك للسطحين، فإن الخط الواصل بين موقعي العمودين عمود أيضًا على الفصل المشترك، في السطح الذي وقع عليه أحد العمودين الأوّلين.

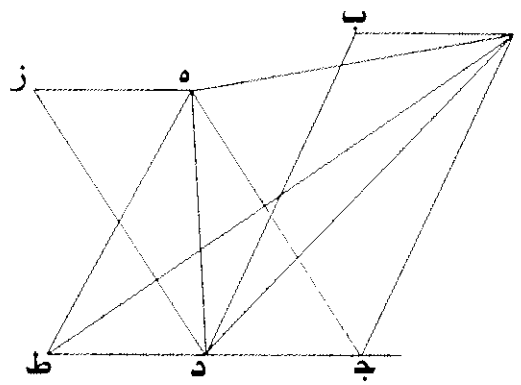
مثاله سطحا **ا ب جـ د** **ه ز جـ د** المعتدلين تقاطعا على **د جـ** وهو الفصل المشترك لهما، وخرج من نقطة **ا** التي على سطح **ا ب جـ د** عمود **ا ه** على سطح **ه ز جـ د** وعمود **ا د** على خط **د جـ**. **فأقول** إن الخط الواصل بين نقطتي **ه د** عمود على خط **د جـ**[1].

برهانه أنا نعلم على خط **د جـ** نقطة سوى نقطة **د** كيفما اتفقت، ولتكن نقطة **جـ**، ونصل **ا جـ** **ه جـ**. فخط **ا جـ** يقوى على **ا ه**[2] **ه جـ** لأن **ا ه** عمود على سطح **ه ز جـ د**. و**ا جـ** أيضًا (١٦٤ ظ) يقوى على **ا د** **د جـ** لأن **ا د**[3] عمود على **جـ د**. فمجموع مربعي **ا ه** **ه جـ** مساوٍ لمجموع مربعي **ا د** **د جـ**. لكن **ا د** يقوى على **ا ه** **ه د**. فإذن مربعات **ا ه** **ه د** **د جـ** مساوية[4] لمربعي **ا ه** **ه جـ**. فإذا أسقطنا مربع **ا ه** المشترك، بقي مربع **ه جـ** مساويًا لمربعي **ه د** **د جـ** فزاوية **ه د جـ** قائمة، وذلك ما أردنا أن نبين.

(١) هذه الجملة مكررة في المخطوطة.
(٢) في الاصل اجـ.
(٣) جـ.
(٤) مساو.

برهان على هذه المقدّمة على وجه آخر لي

ويمكن أن يعرف هذه المقدمة بطريق غير ما ذكره أبو نصر.

فلنعد الدعوى ومثال الشكل، ونفصل عن جنبي نقطة **د** خطي **دجـ دط** متساويين ونصل **جا جـه طا ه‍ط**[1]

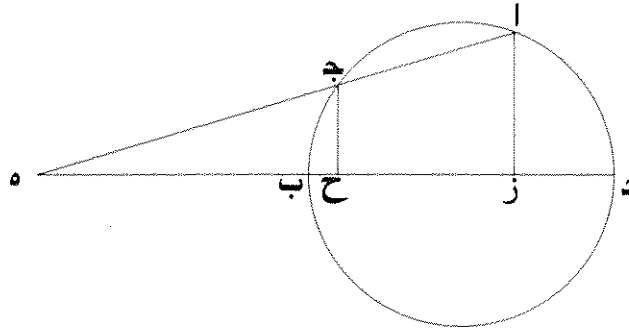
فلأن زاويتي **ادجـ ادط** قائمتان، وخطا **دجـ دط** متساويان و**اد** مشترك، تكون قاعدتا **اجـ اط** متساويتين. ولأنّ زاويتي **اهجـ اهط** قائمتان وخط **اه** مشترك لمثلثي **اهجـ اهط** فإنّ **جـه** يكون[2] مساويًا لـ**ه‍ط**. فأضلاع مثلث **هجـد** مساوية لأضلاع مثلث **ه‍دط**، كل واحد لنظيره. فالمثلثان متساويان وزواياهما متساوية، النظيرة للنظيرة، فزاوية **ه‍دجـ** مساوية لزاوية **ه‍دط**. وذلك ما أردنا أن يتضح.

(١) كان الخط **ه‍ط** ناقصًا في الشكل الوارد في المخطوط. رأينا أيضًا أن نضيف الخط اد إذ إنه ضروري لفهم البرهان، لا سيّما وانه قد ورد في الشكل المتقدّم.

(٢) يكونان.

مقدّمة قدّمها أبو الوفاء في مجسطيه وهي من مقدمات بطلميوس للشكل القطاع

دائرة **ابجـ** معطاة وعليها نقط[١] **ابجـ** مفروضة، قد أُخرج قطر **دب** ووصل **اجـ** وأخرجا معًا على استقامتها فالتقيا على نقطة **ه**.

أقول إنّ نسبة **اه** إلى **هج** كنسبة جيب قوس **با** إلى جيب قوس **بجـ**.

فإنّهما عمودان على قطر **دب** وفي سطح واحد فهما متوازيان ومثلثا **اهز جـهح** لذلك متشابهان فنسبة **ها** إلى **هجـ** كنسبة **از** الذي هو جيب قوس **با** إلى **جـح** الذي هو جيب قوس **بجـ**.

وإذ قدّمت ما سيحتاج إليه فيما بعد فإنّي أبتدئ بذكر الطريق الذي استخرجه[٢] أبو نصر وأودعه في رسالته إليّ وأقصد المعاني وإن لم تخرج بألفاظه فإنّها لم تحضر[٣] بي في الوقت.

هو هذا

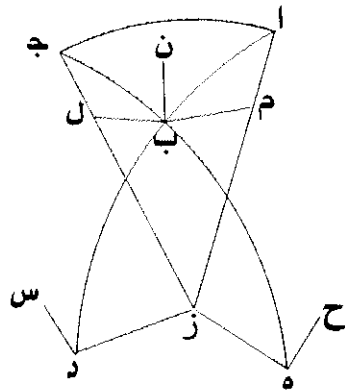
(١) نقطة.
(٢) استخرجته.
(٣) يحضر.

طريق أبي نصر في الشكل المغني من رسالته إليّ

نسبة جيوب الاضلاع في المثلث الكائن من قسيّ عظام على سطح الكرة، بعضها إلى بعض، على نسبة جيوب الزوايا التي تقابلها، بعضها إلى بعض، النظير إلى النظير.

وأعني بجيوب الزوايا جيوب القسيّ العظيمة التي إذا جُعلت الزاوية قطبًا وأُدير عليه ببعد ضلع المربع وقعت بين القوسين المحيطين بالزاوية.

مثال ذلك مثلث **ا ب جـ** من قسيّ عظام على سطح الكرة. **فأقول** إنّ نسبة جيب قوس **ا ب** إلى جيب قوس **ب جـ** كنسبة جيب القوس التي بمقدار زاوية **جـ** إلى جيب القوس التي بمقدار زاوية **ا**.

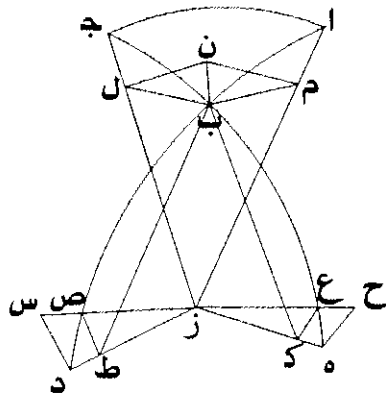
برهان ذلك أن نخرج كل واحد من قوسي **ا ب جـ ب** على استدارتهما حتى تصير كل واحدة من قوسي **ا د جـ ه** ربع دائرة، **وليكن** مركز الكرة نقطة ز. ونخرج منه خطوط **ز ا ز جـ ز د ز ه** المستقيمة ونخرج من نقطة **ب** جيبي **ب م ب ل** و من نقطة **ه** جيب القوس التي بمقدار زاوية **جـ** وليكن **ه ح**.

فـه‌ح بـم إن كانا متوازيين ، وه‌ز بـل متوازيان ، فإنّ سطحي مثلثي حه‌ز مبـل (١٦٥و) متوازيان ، ويفصلها سطح الدائرة التي منها اجـ فالمثلثان متشابهان فنسبة ه‌ح إلى ه‌ز كنسبة بـم إلى بـل . وه‌ح عمود على سطح دائرة اجـ فـبـم أيضًا عمود عليه وهو في سطح دائرة اد ، فدائرة اد قائمة على دائرة اجـ ، فزاوية ا قائمة ، وجيبها دز ، المساوي لـه‌ز. فنسبة جيب قوس اب إلى جيب قوس بـجـ كنسبة جيب القوس التي بمقدار زاوية جـ إلى جيب القوس التي بمقدار زاوية ا.

وإن لم يكن بـم موازيًا لـه‌ح ، وهو عمود على الفصل المشترك لدائرتي اد اجـ ، فإنّ الدائرتين ليست إحداهما قائمة على الأخرى ، ولا جيب القوس التي بمقدار زاوية ا هو دز ، ولا زاوية ا قائمة. فليكن ذلك الجيب دس ، و بـن الخط الذي يخرج من نقطة ب إلى سطح دائرة اجـ ، موازيًا لـه‌ح. فمن أجل أنّ بـن موازٍ لـه‌ح العمود على سطح دائرة اجـ ، ودس أيضًا عمود عليه ، يكون دس بـن متوازيين(١) و دز بـم متوازيان ، فسطحا المثلثين متوازيان ، ويفصلها سطح دائرة اجـ ، فالمثلثان متشابهان فنسبة بـم إلى بـن كنسبة دز إلى دس. ونسبة ه‌ح إلى ه‌ز كنسبة بـن إلى بـل <لأنّ مثلثي حه‌ز نبـل سكونان إذا كان الأمر على هذه الصفة متوازيين. وه‌ز دز متساويان ، ففي نسبة المساواة نسبة بـم إلى بـل>(٢) كنسبة ه‌ح إلى دس. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) متوازيان.

(٢) ناقص في الأصل وقد أخذ من رسالة أبي نصر في معرفة القسي الفلكية (A. Naṣr, *Qusīy*, p. 4)

زيادة في شرح ما ذكره أبو نصر في ذلك

ولكي يسهل تصور[1] هذا الشكل فإنّي أعيده على الهيئة التي أورده صاحبه بها، ونصل **حز سز نم نل** لتقع صور المثلثات تحت العيان. ونخرج **ب ك** يوازي **لز**، فسطح **لزكب** قائم الزوايا و**كز** مثل **بل** ومواز له. ونخرج **كع** يوازي **حه**، فيتشابه مثلثا **هزح كزع** وتكون نسبة **كع** إلى **كز** كنسبة **حه**[2] إلى **هز**. ثم نخرج من نقطة **ب** خطًا موازيًا لـ**مز**، وليكن **بط**، ومن نقطة **ط** خط **طص** موازيًا لـ**دس**. فيتبيّن بمثل ما تقدّم انّ سطح **بمزط** قائم الزوايا وأنّ **بم** مثل **طز**[3] وأنّ مثلثي **سدز صطز** متشابهان. فتكون نسبة **زط** إلى **طص** كنسبة **زد** إلى **دس**. وفي مثل مقادير هذه النسبة ومقادير النسبة المتقدّمة مقدارا **كع طص** متساويان لأنّ كل واحد منهما مساوٍ لـ**بن**، وذلك ظاهر من جهة تشابه مثلثي **كزع بلن** ثم تساويهما لتساوي ضلعين منهما. ومقدارا **هزدز** أيضًا متساويان لأنّ كل واحد منهما نصف قطر الكرة، فإذا أُسقط أحد المتساويين من كل واحد منهما تلت نسبة مقادير متناسبة نسبةً مضطربةً. أعني أنّ نسبة **زط** الأوّل إلى **طص** الثاني كنسبة **دز** الثالث إلى **دس** الرابع ونسبة **كع** المساوي للثاني إلى **كز** الخامس كنسبة **هح** السادس إلى **هز** المساوي للثالث، ففي نسبة المساواة، نسبة **زط** المساوي لـ**بم** إلى **كز** المساوي لـ**بل** كنسبة **هح** إلى **دس**، كما تبيّن في الشكل **كجـ** من المقالة **ه** من كتاب «الأصول». لكنّ **زط** مساوٍ لجيب قوس **با**، و**زك** مساوٍ لجيب **بجـ**، و**هح** حبيب زاوية **جـ**، و**دس** جيب زاوية **ا**. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وأيضًا فإنّ تشابه مثلثي **زهح لبن** يتبيّن بمقدمة أبي نصر، وذلك أنّه يلزم منها أنّ كل واحد من خطي **حز نل** عمود على خط **جـز** وفي سطح واحد فهما متوازيان، وكل واحد من خطي **هح بن** عمود على سطح دائرة **اجـ** فهما متوازيان. فأضلاع المثلثين متوازية، فهما متشابهان، وكذلك الأمر في مثلثي **زدس مبن**. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) تصورها.

(٢) جـه.

(٣) في الأصل «بط مثل مز» وهذا صحيح غير أنّه من المؤكّد أنّ الكاتب لم يكن يقصد إثبات ذلك في سياق البرهان.

طريق آخر في البرهان على ذلك لأبي نصر من رسالته إليّ

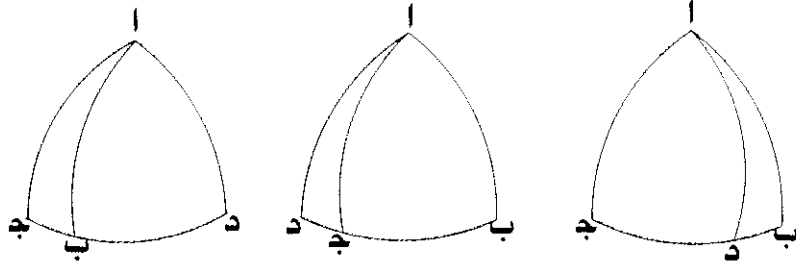
ليكن قوسا **اب اجـ** عظيمين متقاطعين على نقطة **ا**، ونعلم على احدهما وليكن **اب** نقطتي **ب د** ونخرج قوسي **بجـ دز** عظيمتين قائمتين على **اجـ**. وامثال هذه القسيّ تسمّى ميولاً للقسيّ التي خرجت من أطرافها، أعني أنّ **بجـ** ميل **اب** و**دز** ميل **اد**. فأقول إنّ نسبة جيب **اد** إلى جيب **دز** كنسبة جيب **اب** إلى جيب **بجـ**.

برهانه أنّا نجعل نقطة **ا** قطبا وندير عليه، ببعد **اد**، قطعة مدار **دع**. وندير أيضًا على قطب **ا**، وببعد **اب**، قطعة مدار **بس** ونصل **ا** بمركز الكرة، وهو **ه**، ونخرج عمودي **سح عط** (١٦٥ ظ) على **اه** ونصل **بح**[1] **دط**. فتبيّن أنّ كل واحدة من **بح سح** نصف قطر المدار الذي منه **بس**. وكذلك **عط دط** نصف قطر المدار الذي منه **دع**. وإذا كانت مدارات صغار على قطب واحد وخرج من ذلك القطب قوسان عظيمتان فإنّها تفصلانها <إلى قسيّ> متشابهة، قطعة **دع** شبيهة بقطعة **بس**. فنتزل عمودي **بك**[1] **دل** على خطي **سح عط**، وبيّن انّ **بك** نصف وتر ضعف قطعة مدار <**بس** و**دل** نصف وتر ضعف قطعة مدار> **دع**. فنسبة **بح** إلى **بك** كنسبة **دط** إلى **دل** لأنّ نسبة اقطار الدوائر إلى أوتار قسيّها المتشابهة نسبة واحدة ونسبة الأنصاف متساوية لنسبة الأضعاف. ولأنّ **سح عط** في سطح دائرة **اجـ** و**بك** عمود على **سح** و**دل** عمود على **عط**، فهما عمودان على سطح دائرة **اجـ** فـ**بك** جيب قوس **بجـ** و**دل** جيب

(١) في الشكل الوارد في المخطوطة إنّ **بح** ممثلة بقوس من دائرة **بس**، كما أنّ حرف **ك** ناقص.

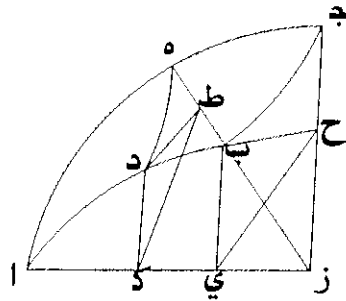
قوس **د ز** ، و**ب ح** جيب قوس **ا ب** و**د ط** جيب قوس **ا د** ، فنسبة جيب **ا د** إلى جيب **د ز** كنسبة جيب **ا ب** إلى جيب **ب جـ**.

ومتى كان **ا ب** ربعًا كان **ب جـ** هو قدر زاوية **ب ا جـ** وجيب **ا ب** نصف القطر كله الذي هو مساوٍ لجيب **ا ز د** القائم ، فتكون حينئذٍ نسبة جيب **ا د** إلى <جيب> **د ز** كنسبة جيب زاوية **ا ز د** المساوي لجيب **ا ب** إلى جيب زاوية **ز ا د** أعني جيب **ب جـ** ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ثم ليكن مثلث **ا ب جـ** ليس ولا واحدة من زواياه بقائمة ، ونتزل من نقطة **ا** قوسًا عظيمة قائمة على **ب جـ** على زوايا قائمة ولتكن **ا د**. ونقول قياسًا على ما تبيّن إنّ نسبة جيب **ب ا** إلى جيب **ا د** الذي هو ميل **ب ا** كنسبة الجيب كله أعني جيب زاوية **ب د ا** إلى جيب زاوية **ا ب د** ونسبة جيب **جـ ا** إلى جيب **ا د** الذي هو ميل **ا جـ** أيضًا كنسبة الجيب كله أعني جيب زاوية **ا د جـ** إلى جيب زاوية **ا جـ د**. ففي نسبة المساواة نسبة جيب **ا ب** إلى جيب **ا جـ** كنسبة جيب زاوية **ا جـ ب** إلى جيب زاوية **ا ب جـ** ، وذلك ما أردنا تصحيحه وتبيينه.

البرهان على الشكل المغني على ما أورده أبو الوفاء في مجسطيه

إذا تقاطع قوسان على بسيط كرة ، وكانتا من دائرتين عظيمتين وتقاطُعُها على أقل من زاوية قائمة وعُلم على احدهما نقط كيف اتّفقت فإنّ نسبة جيوب القسيّ التي بين تلك النقط وموضع التقاطع بعضها إلى بعض كنسبة جيوب ميولها بعضها إلى بعض[(١)] .

فلتكن قوسا **اب** **اجـ** من دائرتين عظيمتين ، تقاطعتا على بسيط كرة على نقطة **ا** وزاوية **باجـ** أقل من قائمة . وفُرض على دائرة **اب** نقطتا **ب د** ، وميل قوس **اب** على دائرة **اجـ** قوس **بجـ** وميل قوس **اد** عليها قوس **ده** ، اعني أنّهما قائمتان عليها[(٢)] . فأقول إنّ نسبة جيب قوس **اد** إلى جيب قوس **اب** كنسبة جيب قوس **ده** إلى جيب قوس **بجـ**.

برهان ذلك أنّا نفرض مركز الكرة **ز** ونصل خطوط **از** **جـز** **ەز** ونخرج من نقطتي **ب د** عمودي **ب ح**[(٣)] **دط** على خطي **جـز** **ەز** ، فهما عمودان على سطح **اجـز** ، ونخرج منهما[(٤)] عمودي **بي** **دك** على خط **از** ونصل خطي **ح ي** **ط ك**. فلأنّ خطي **ب ح**[(٥)] **ب ي** موازيان لخطي **دط** **دك**، تكون زاويتا **يبح** **كدط** متساويتين، وزاويتا **يحب** **كطد** قائمتان، فيكون[(٦)] مثلثا **يحب** **طكد** متشابهين وتكون نسبة **دك** وهو جيب قوس **اد** إلى **بي** وهو جيب قوس **اب** كنسبة **دط** وهو جيب قوس **ده** إلى **ب ح** وهو جيب قوس **بجـ**، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) أورد أبو الوفاء في مجسطيه النظريتين اللتين يُطلق عليهما هنا اسما «الشكل المغني» و «الشكل الظلّي» في نصّ واحد وهو حسب مخطوطة باريس «إذا تقاطعت قوسان على بسيط كرة من دوائر عظام وعلم عليها (sic) نقط كيفما اتّفقت فإنّ نسبة جيوب القسي التي بين تلك النقط وموضع التقاطع بعضها إلى بعض كنسبة جيوب ميولها الأولى بعضها إلى بعض وكنسبة أظلال ميولها الثانية بعضها إلى بعض». (A. l-Wafāʾ, *Alm.*, 16v:18-17r:1) على أنّ أبا الوفاء بالرغم من ذلك برهن على النظريتين الواحدة مستقلّة عن الأخرى ، وينقل البيروني براهين أبي الوفاء جميعها حرفيًا.

(٢) في الأصل عليهما.

(٣) إنّ **بجـ** في الشكل الوارد في المخطوطة هي قوس من الدائرة **اب**.

(٤) في مجسطي أبي الوفاء «منهما أيضًا».

(٥) في الأصل **يح**.

(٦) في الأصل «يكون» وكذلك الأمر في مجسطي أبي الوفاء.

طريق آخر في البرهان على الشكل المغني لأبي الوفاء في «مجسطيه»

نعيد قوسي **اب اجـ** وميلي **بجـ ده** ونعيد الدعوى كما هي لئلاّ يطول الكلام بالتكرير ، ثم نقول برهانه أنّا نجعل قوس **جـز** مساوية لقوس **ده** ونصل (١٦٦و) خطوط **زد بز بد** ونخرج خطي **بز بد** على استقامتهما ليلقيا سطح[1] دائرة **جـها** على نقطتي **ح ط** ونصل **حط** . فلأنّ قوسي **زجـ ده** متساويتان ، وزاويتا **جـ ه** قائمتان ، يكون خط **زد** موازيًا لخط **حط** فتكون نسبة **بط**[2] إلى **طد** كنسبة **بح** إلى **حز**. ونسبة **بط** إلى **طد** كنسبة جيب قوس **با** إلى جيب قوس **اد** لما بُيّن في المقدّمة التي قدّمها أبو الوفاء من «مجسطي» بطلميوس[3] ، ونسبة **بح** إلى **حز** هي كنسبة جيب قوس **بجـ** إلى جيب قوس **جـز** لأجل ذلك أيضًا[3] . لكنّ قوس **جـز** مساوية لقوس **ده** ، فنسبة جيب قوس **با** إلى جيب قوس **اد** كنسبة جيب قوس **بجـ** إلى جيب قوس **هد** ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

(١) أجرى هنا البيروني تعديلاً بسيطًا على نص مجسطي ابي الوفاء فكتب «ونخرج خطي ... ليلقيا سطح الخ» عوضًا عن «وليلق خطا بز بد سطح الخ».

(٢) ز ط.

(٣) «لما بيّن في المقدّمة التي قدّمها أبو الوفاء من مجسطي بطلميوس» و «لاجل ذلك أيضًا» إنّ هذا شرح للبيروني بالطبع.

والذي أحاله أبو الوفاء من النسب على مقتضى مقدّمته التي قدّمها وقد حكيناها أوّلاً فإنّها تتّضح جدًّا إذا أُخرج من مركز الكرة وليكن نقطة م خطان مستقيمان يمرّان على نقطتي جـا كخطي مجـح ماط وهما لا محالة يلقيان خطي بح بط على نقطتي ح ط. فيكون الرجوع حينئذٍ إلى المقدّمة سهلاً من جهة انّ على كل واحدة من دائرتي ادب بزجـ ثلاث نقط معطاة وقد أُجيز على اثنتين منها خط مستقيم يلقى الخط المارّ على المركز والنقطة الثالثة.

ولمّا صحّ لأبي الوفاء هذه النسبة في الشكل بكلي برهانيه المذكورين، جدّد الدعوى في تناسب جيوب أضلاع المثلثات القوسية من جيوب نظائرها من الزوايا وأخرج العمود في المثلث حتّى صار ميلاً مشتركًا لكلي الضلعين، وأورد ما أوردناه مثل هذا حتّى صحّح الدعوى في نسبة المساواة.

ثم أتى بعد ذلك بدعوى آخر حسنة جدًّا وهي أنّ نسبة جيوب القسي التي تفصلها الميول من الدائرة التي تقوم عليها بعضها إلى بعض كنسبة أظلال تلك الميول بعضها إلى بعض.
ويجب أن نقدّم كيفيّة الاظلال كما قدّمه.
لنتصوّر من قوله حقيقة عرضه.

كيفيّة أظلال المقاييس واستخراجها

فلندر دائرة **ابجد** من دوائر الارتفاع، عظيمة، على مركز **ه**، ونربّعها بقطري **اهجـ بهد**. وكما أنّه ليس لقطر الأرض نسبة محسوسة إلى قطر دوائر الارتفاع، وخاصّة في فلك الشمس وما فوقه، فليس بين رأس المقياس وبين مركز الكل أيضًا قدر محسوس. فليكن مركز **ه** هو رأس المقياس ومقدار المقياس **هز** ونفرض الارتفاع قوس **ا ح**. ونخرج **حه** على استقامته، وهو شعاع الجرم المقاس به، ومن نقطة **ز** عمودًا على خط **هز** حتّى يلتقيا على نقطة **ط**. فيكون **زط** مقدارًا لظل المقياس **هز** إذا كان عمودًا على سطح الأفق والارتفاع قوس **ا ح**. وهذا النوع من الأظلال تسمّى البسيطة والمستوية لوقوعها على سطح مبسوط على الأرض.

ثمّ نفرض **هك** أيضًا مساويًا لـ**هز** الذي هو المقياس ونخرج من **ك** خط **كل** عمودًا على **جه** فيكون **كل** هو مقدار الظل لمقياس **هك** إذا كان عمودًا على سطح الأفق والارتفاع قوس **ا ح**. وهذا النوع من الأظلال تسمّى المنتصبة والمعكوسة لوقوع رؤوسها[١] إلى أسفل. ويسمّى **هط** قطر الظل لمقياس **هز** و**هل** قطر الظل لمقياس **هك**. فلنفهم معنى الظل فيما نستأنف.

ولننزل من نقطة ح عمودي **حن حم**[٢]. فيتشابه مثلثا **هطز حهن** وتكون نسبة **حن** الذي هو جيب قوس **ا ح** إلى **هن** وهو جيب تمامها – أعني أنّه مساوٍ لـ**حم** – كنسبة المقياس وهو **هز** إلى الظل وهو **زط**. فإذا كان ارتفاع **حا** معلومًا كان ظل **طز** البسيط معلومًا.

(١) روسها.

(٢) في الشكل كان الخط **حم** قد مدّد إلى نقطة تقاطعه الثانية مع الدائرة.

(١٦٦ ظ) وبالعكس إذا كان ظل **ط ز** معلومًا ، والمقياس معلوم ، فـ**ط ه** الذي هو قطر الظل معلوم ، و**ه ح** الجيب كله معلوم ، ونسبة **ط ه** المعلوم إلى **ه ز** المعلوم كنسبة **ه ح** المعلوم إلى **ح ن** المجهول . وكذلك مثلثا **ه ك ل ح ه م** متشابهان وتهيّأ فيهما ما هُيّئ في مثلثي **ه ط ز ح ه ن** من النسب ، فنوعا الأظلال والجيوب للقسي المفروضة إذن معلومة بعضها من بعض .

ولنخرج من نقطة **ا** عمودًا على **اه** يلقى **ه ح** المخرج على استقامته على **س** وكذلك من **ب** عمودًا على **ب ه** يلقاه[٣] على **ع** ، فيكون **اس** الظل المعكوس لقوس **ا ح** و**ب ع** ظله المستوي لأنّ المقياس ليس شيئًا مفروض القدر ولا الأظلال مفروضة المقادير ومعلومة النسبة إلى نصف قطر الدائرة وإنّما هي مفروضة العدد في أقسامها ومناسبة لها لأشخاصها ومقايستها كيف ما كانت ، والنسبة في المثلثات **ل ه ك ح ه ن س ه ا** واحدة وكذلك في مثلثات **ط ه ز ح ه م ع ه ب** واحدة .

وذلك ما أردنا تعريفه من المواصفة في أمر الأظلال ، ويجب أن نعلم أنّ الذي يريد أبو الوفاء أن يستعمله أو نذكره نحن فيما نستأنف من نوعي الأظلال هو المعكوس ، ولطلبنا الإيجاز ، متى أطلقنا لفظة الظل من غير إلحاق صفة به ، فإنّما نعني به المعكوس دون غيره . ثم نذكر ما أتى به أبو الوفاء واستخرجه من النسبة المذكورة .

(٣) ويلعبه .

الشكل الظلّي لأبي الوفاء ونتيجته عظيمة الغنى في علم الهيئة

إذا نعلم على محيط إحدى دائرتين عظيمتين متقاطعتين على بسيط كرة على أقل من زاوية قائمة نقط كم كانت وأجيز عليها قسيّ من دوائر عظام مارّة على قطبي تلك الدائرة نفسها ، فإنّ تلك القسيّ تسمّى الميول الثانية للقسيّ التي بين تلك النقط ونقطة التقاطع ، وأنا أسمّيها عروضًا لها . ونسبة جيب القوس إلى جيب القوس الأخرى كنسبة ظل عرض الأولى إلى ظل عرض الأخرى .

مثاله أنّ قوسي **اب اجـ** تقاطعتا على نقطة **ا** على زاوية أنقص من قائمة وتُعلم على قوس **اب** نقطتاب **د** وأُجيز عليهما قوسا **ب جـ ده** من دائرتين عظيمتين مارّتين على قطبي دائرة **اب** ، فأقول إن نسبة جيب **اد** إلى جيب **اب** كنسبة ظل **ده** إلى ظل **ب جـ** .

برهانه أن نخرج من نقطتي **ب د** عمودي **ب ح دي** على سطح **ادب** ، ونفرض مركز الكرة نقطة **ط** ، ونصل خطي **ط جـ ط ه** ونخرجها على استقامتها حتّى يلقيا خطي **ب ح دي** على نقطتي **ح ي** ونخرج من نقطتي **ح ي** عمودين على خط **اط** وهما **حكـ يم** ونصل خطي **ب كـ دم**(١) . فظاهر أن خط **ح ب** هو ظل قوس **ب جـ** وأن خط **ي د** هو ظل قوس **ه د** وأنّ خط **ب كـ** هو جيب قوس **اب** وأن خط **دم** هو جيب قوس **اد** . ولأنّ(٢) خطي **كـ ح ح ب** موازيان لخطي **م ي ي د** ، تكون زاويتا **كـ ح ب م ي د** متساويتين ، وكل واحدة من زاويتي **ح ب كـ ي د م** قائمة ، فمثلثا **كـ ح ب م ي د** متشابهان فنسبة **م د** وهو جيب قوس **اد** إلى **كـ ب** وهو جيب قوس **اب** كنسبة **دي** وهو ظل **ده** إلى **ح ب** وهو ظل **ب جـ** ، وذلك ما أردنا أن نبيّن .

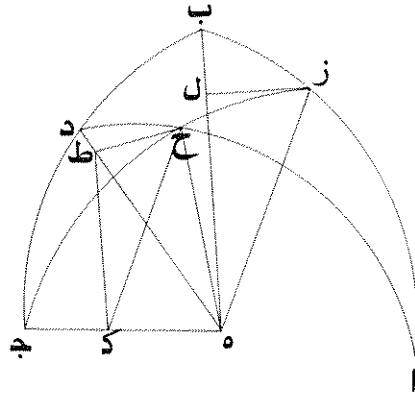
(١) في الأصل كم.
(٢) في مخطوطة مجسطي أبي الوفاء : فلأنّ.

tions, calquées sur celles de la «figure qui dispense», «afin que, Dieu aidant, la discussion soit rendue proportionnée en ses parties» (Ṭūsī, *Traité*, texte pp. 132-5, trad. pp. 171-5, successivement d'après (*Maqālīd*), pp. 134-6 (cf. n. 5), pp. 116-8 (n. 2), p. 122 (n. 1) et pp. 138-40 (n. 2).

أحد طريقي أبي نصر في البرهان على الشكل المغني في كتاب «السموت»

فأمّا ما ذكرت من أنّ أبا نصر أتى به في كتاب «السموت» فأجد ما أورده قريبًا من الطريق الأولى لأبي الوفاء، وهو في الجملة الثانية من ذلك الكتاب في آخر برهان عمل النيريزي في سمت القبلة الذي له في زيجه. وهذه نسخته بألفاظه.

قال ابو نصر. لتكن قوسا **اب اد** كل واحدة منهما ربع دائرة وقوسا **جب جـ ح ز** كل واحدة منهما إمّا أقلّ أو أكبر من ربع دائرة أو ربعًا تامًّا. فأقول إنّ نسبة جيب **د ح** إلى جيب **زب**[1] كنسبة جيب **جـ ح** إلى جيب **جـ ز**.

برهانه أنّا نفرض نقطة **ه** مركز الكرة ونصل **ه ب ه د**[2] **ه ح ه جـ** ونخرج أعمدة **ز ل ح ط**[2] **ح ك** ونخرج أيضًا جيب قوس **ز جـ** ونضع أنّ **ز جـ** ربع دائرة فإنّ البرهان واحد، فيكون **ز ه** جيب قوس **ز جـ**، ونصل **ط ك**[2]. (١٦٧ و) فمن اجل انّ قوسي **اب اد** كل واحدة منهما ربع دائرة فإنّ نقطة **ا** قطب دائرة **ب جـ** فقوسا **اب اد** قائمتان على **ب جـ**. و **ز ل** عمود، على سطح **اب**، على **ب ه** الفصل المشترك لدائرتي **اب ب جـ**، فـ **ز ل** عمود على سطح **ب جـ**. وكذلك أيضًا **ح ط** عمود على سطح **ب جـ**، فـ **ز ل ح ط** متوازيان، و **ه ز ح ك** أيضًا متوازيان، فزاويتا **ه ز ل ك ح ط** متساويتان، وزاوية **ز ل ه** قائمة و **ط ك** في سطح **ب جـ** و **ح ط** عمود عليه فزاوية **ح ط ك** قائمة، فمثلثا **ه ز ل ح ط ك** متشابهان فنسبة **ح ط** وهو جيب **ح د** إلى **ز ل** وهو جيب **ز ب** كنسبة **ح ك** وهو جيب **جـ ح** إلى **ز ه** وهو جيب **ز جـ**. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) هنا إشارة إلى حاشية كتب فيها **دب** والصواب **زب** كما ورد في متن المخطوطة.

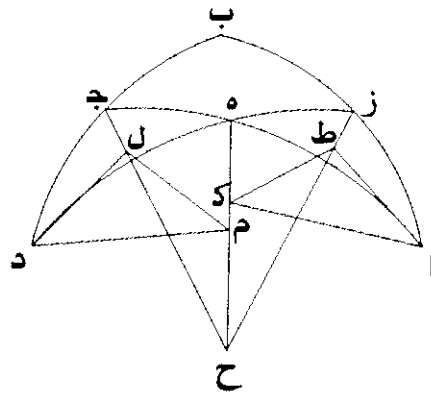
(٢) في الشكل الوارد في المخطوطة رسم الخط **دك** عوضًا عن **ده**، فوضعت النقطة **ط** على الخط **دك**.

quantités dans l'*Almageste* d'Abū al-Wafāʾ, cas particulier correspondant à la relation I du triangle rectangle dans le livre des *Azimuts*.

L'idée d'une généralisation (cas où GZ diffère d'un quadrant) qui apparaît seulement dans l'énoncé, dans le livre des *Azimuts*, n'est pas reprise dans la *Risāla*. Remarquons enfin, dans la figure construite par Abū Naṣr, quelques tracés inutiles, tels que HE, HA, AZ, qui disparaîtront dans les démonstrations ultérieures.

الطريق الثاني لأبي نصر من كتاب «السموت»

وأمّا الطريق الثاني فهو(١) الذي ذكره في الجملة الثانية من ذلك الكتاب حين ذكر هناك برهان عمل له دون غيره ، ولننقله إلى ههنا لتكون الحكاية بألفاظه . فلتكن كل واحدة من قسيّ **اب اجـ دز دب** ربع دائرة عظيمة ، فأقول إنّ نسبة جيب **ها** إلى جيب **از**(٢) كنسبة جيب **هد إلى جيب دجـ**.

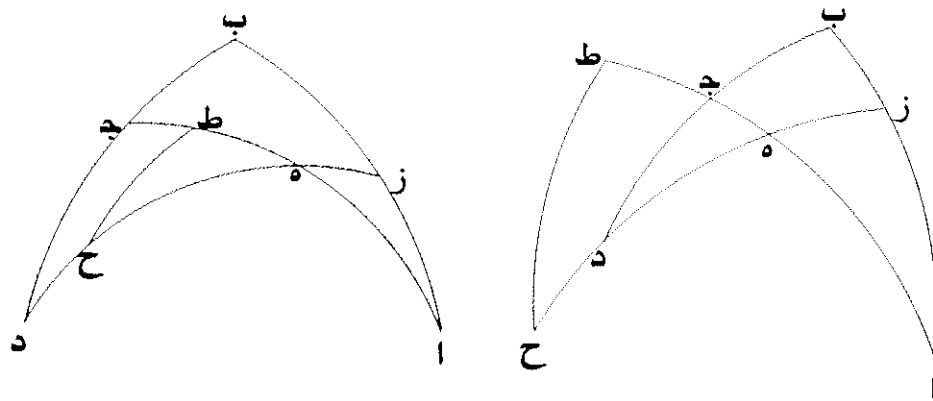
برهان ذلك ليكن مركز الكرة ح ونصل **حز حه حجـ** ونخرج جيوب **اط اك دل دم** ونصل **طك لم**. فمن أجل أنّ نقطة **د** قطب دائرة **اب** وقد مرّت عليها دائرتا **دهز دجب** فإنّهما قائمتان على دائرة **ازب** ، ومن أجل انّ نقطة **ا** قطب دائرة **بجد** وقد مرّت عليها دائرة **اهجـ** فإنّها قائمة على دائرة **دجب**. **واط** عمود على الفصل المشترك لدائرتي **ازب دهز** وفي سطح دائرة **ازب** ، **فاط** عمود على سطح دائرة **دهز** ، وكذلك أيضًا **دل** عمود على سطح دائرة **اهجـ**. فمن نقطة **ا** من دائرة **اهجـ** خرج إلى سطح دائرة **طهز** عمود(٣) **اط** (......)(٤) **وطك دم** في سطح دائرة **دهز** وعمودان على **هح**(٥) فهما متوازيان. (......)(٦) وفي سطح دائرة **دهز** خط **دم** عمود على الفصل المشترك لدائرتي **دهز اهجـ** ، **فلم** عمود على هذا الفصل وهو في سطح دائرة **اهجـ** كما أنّ **اك** فيه ، فهما متوازيان فزاويتا **طكا لمد** متساويتان. وأيضًا فلأنّ **اط** عمود على سطح دائرة **دهز ودل** عمود على سطح دائرة **اهجـ** ، فإنّ(٧) زاويتي **اطك دلم**

(١) وهو.
(٢) هنا كتب في الحاشية خطأً **اب** في حين أنّ الصواب هو **از** الوارد في المتن.
(٣) هنا إشارة إلى حاشية كتب فيها «وفي سطح دائرة **دهز** خط **دم** عمود على الفصل المشترك لدائرتي **دهز اهجـ فلم** عمود على هذا الفصل وهو في سطح دائرة **اهجـ** كما أنّ **اك** فيه فهما متوازيان، **وطك دم** في سطح دائرة **دهز** وعمودان على **ه ح** فهما متوازيان». إنّ هذا لا يرتبط بالنص ارتباطًا واضحًا ولعل هنالك تشويشًا خاصة وإنّ القسم الآخر من الحاشية قد ورد في المتن مباشرة بعد **اط**. راجع حاشيتينا (٤) و (٦).
(٤) لعلّ هنالك مقطعًا ناقصًا برهن فيه أنّ **طك** عمود على **هح**.
(٥) **هجـح**.
(٦) لعلّ هنالك مقطعًا ناقصًا آخر ذكر فيه أنّ **دل** عمود على **جـهح**.
(٧) فلأنّ.

متساويتان ، فالمثلثان متشابهان فنسبة اك الذي هو جيب اه إلى اط الذي هو جيب از كنسبة دم الذي هو جيب ده إلى دل الذي هو جيب دجـ ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وذكر أبو نصر في آخر هذا الشكل أنّه ينتج من هذا طريقًا في معرفة المطالع في الكرة المنتصبة والأكر المائلة سوى الذي أتى به بطلميوس بالشكل القطاع. فلست أدري كيف استجاز أبو الوفاء لنفسه مفاخرته ومنافرته بعد وقوفه على الكتاب.

فأمّا كيف يؤدّي هذا إلى الأولى ، فلنعد له قسيّ قطاع ابد خالية عن الجيوب والخطوط المستقيمة كيلا تتشوّش الصورة ونقول :

أمّا إذا كان ه د ه ا متساويين ، فإنّ ه ز ه جـ يكونان متساويين ، وزاويتا ه بسبب التقابل متساويتان وزاويتا ز جـ قائمتان ، فمثلثا ا ز ه د ه جـ متساويان و ا ز د جـ متساويان ، ونستغني عن الأوتار والجيوب والأقطار ، غير أنّ الغرض فيما شُرح من تناسب الجيوب لهذه القسيّ أن نبيّن ذلك في (١٦٧ ظ) المختلفة منها ، أعني إذا كان ه د ه ا غير متساويين ، وقد بُيّن في الشكل أنّ النسبة المذكورة باقية على حالها مع اختلاف مقاديرها.

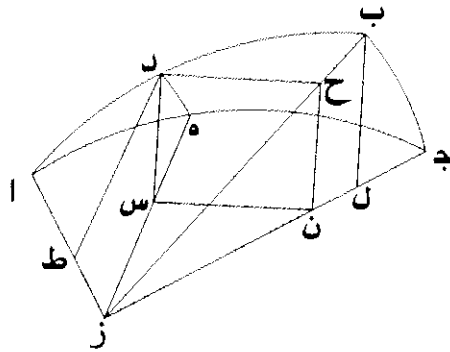
فليكونا في المثال مختلفين و ه د أعظم من ه ا أو أصغر . ونجعل ه ح[٨] مساويًا لها ونخرج قوس ح ط عظيمة قائمة على ه جـ. فظاهر أنّ مثلثي ا ز ه ح ط ه متساويان متطبّقان إن أُطبق أحدهما على الآخر ، ولذلك يكون ح ط مساويًا لـ ز ا . ومن أجل أنّ زاويتي ه ط ح ه جـ د ح قائمتان ، فإنّ ط ح ميل لقوس ه ح و جـ د ميل لقوس ه د ونسبة جيب ه ح اعني ه ا إلى جيب ح ط اعني ا ز كنسبة جيب ه د إلى جيب د جـ. فنسبة جيب القوس الى جيب ميلها كنسبة جيب القوس الأخرى إلى جيب ميلها. وذلك ما أردنا إيضاحه.

(٨) في الشكل الثاني وضعت النقطة ح على الدائرة جـ د عوضًا عن ه د.

Abū Naṣr n'en a pas la généralité. Dans le *Traité*, Naṣīr al-Dīn supprime la circonstance particulière B = 90° (Ṭūsī, *Traité*, texte pp. 111-3, trad. pp. 145-6) et établit par ailleurs le corollaire V′ (Ṭūsī, *Traité*, texte p. 125, trad. pp. 161-162) à la suite des relations V et V″.

طريقة أبي محمود الخجندي في البرهان على قانون الهيئة

ولئلا[١] يطول الكلام بتكرير المؤامرة والدعوى فإنّا نحذفها[٢] فإنّها واحدة في جميع ما يأتي من هذا الجنس. فنفرض كل واحدة من قوسي **اب اجـ** ربع دائرة، وليكن **ده** ميل قوس **اد**، فنقول: نسبة جيب **اد** إلى جيب **ده** كنسبة جيب **اب** إلى جيب **بجـ**.

برهان ذلك أنّ كل واحدة من دائرتي **اب اجـ** قطعت دائرة **بجـ** على زوايا قائمة، فالفصل المشترك الذي هو خط **ز ا** عمود على سطح دائرة **بجـ** لأن **از** عمود على خطي **زب زجـ** اللذين في سطح دائرة **بجـ**، فزاوية **بزا** قائمة. ونخرج من نقطة **د** في سطح دائرة **اب** عمودي **دط دح** على خطي **بز از**. ولأنّ خطي **دط حز** عمودان على **از**، وهما في سطح واحد، فهما متوازيان، وقد وقع عليهما خط **دح**، فزاويتا **طدح دحز** معادلتان لقائمتين، وزاوية **دحز** قائمة، فتبقى زاوية **طدح** قائمة. وكل واحدة من زاويتي **دطز طزح** قائمة، فسطح **دز** متوازي الأضلاع قائم الزوايا، فـ**دط** مثل **حز**، و**دط** جيب قوس **اد**، فـ**حز** جيب قوس **اد**.

ثم نخرج من نقطة **د** في سطح دائرة **ده** خط **دس** عمودًا على **هز** الذي هو الفصل المشترك لدائرتي **اجـ ده**، فيكون **دس** عمودًا على سطح دائرة **اجـ** لكونه عمودًا على الفصل المشترك. ونخرج من نقطة **ح** عمود **حن** على **جـز**، فتبيّن ممّا وضعنا أنّه عمود على سطح دائرة **اجـ**، فخطا **دس حن** عمودان على سطح دائرة **اجـ**، فهما متوازيان. وكل خطين متوازيين فهما في سطح واحد، فـ**دس حن** إذن في سطح واحد، وقد وصل بين أطرافهما بخطي **دح سن**، ولأنّ **دس** عمود على دائرة **اجـ** فهو عمود على كل خط فيها يجوز على

(١) ولأن لا.

(٢) هكذا في النص.

نقطة **س**، وخط **سن** أحد تلك الخطوط، فـ**دس** عمود عليه فزاوية **دسن** قائمة. وكذلك تبيّن أن كل واحدة من زاويتي **سنح** **نحد** قائمة، وخطا **دح** **سن** في سطح واحد ووقع عليهما **حن**، فصارت زاويتا **سنح** **دحن** الداخلتان قائمتين، فخطا **دح** **نس** متوازيان، فسطح **دن** متوازي الأضلاع. وقد تبيّن أن **دس** **حن** متوازيان، ووقع عليهما خط **دح**، فزاويتا **نحد** **حدس** معادلتان لقائمتين، وزاوية **نحد** قائمة، فتبقى زاوية **حدس** قائمة. وقد تبيّن أن كل واحدة من زاويتي **حنس** **نسد** قائمة، فسطح **ند** متوازي الأضلاع قائم الزوايا، فـ**دس** مساوٍ لـ**حن**، و**دس** جيب قوس **ده**، فـ**حن** جيب قوس **ده**.

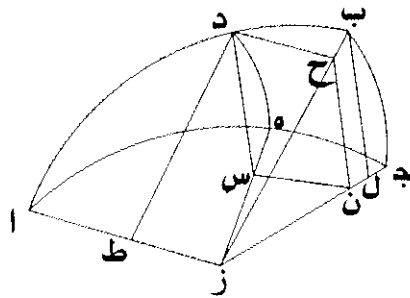
ونخرج من نقطة **ب** خط **بل** عمودًا[٢] على **زج** فهو جيب قوس **بج**، وخط **زح** جيب قوس **اد** وخط **حن** جيب قوس **ده** و**زب** هو الجيب الأعظم وخط **بل** جيب قوس (١٦٨ و) **بج**، ونسبة **زح** إلى **حن** كنسبة **زب** إلى **بل** لتشابه المثلثين، فنسبة جيب قوس **اد** إلى جيب قوس **ده** كنسبة الجيب كله إلى جيب قوس **بج**.

وإذا نعلم على قوس **اب** نقطة سوى **د** كيف اتّفقت وندبّر ما ذكرناه تبيّن أنّ نسبة جيب القوس التي بين تلك النقطة وبين التقاطع إلى جيب ميلها ونسبة جيب **اد** إلى جيب **ده** نسبة واحدة وهي نسبة الجيب كله إلى جيب **بج**، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٢) عمود.

اختصار أبي الحسن كوشيار بن لبّان الجيلي لبرهان هذا الشكل الذي سمّاه المغني

فلأنّ كوشيار كان معترفًا بأن الشكل لأبي محمود وأنّ الذي ضمّنه كتابه هو هو بعينه ، لا يمتاز عنه إلاّ بوجازة اللفظ مع حصر المعاني ، فإنّي أحكيه لأعطي القصّة حقّها . والمثال في كلا الدعويين واحد ، فليكن كما هو فيما تقدّم لأبي محمود.

فأقول حاكيًا لفظة برهانه إنّا نفرض مركز الكرة نقطة ز ونصل زجـ زب زا ، فـزب فصل مشترك بين سطحي دائرتي ادب بجـ وخط زجـ فصل مشترك بين سطحي دائرتي اهجـ بجـ. ونخرج خط زه فصلاً مشتركًا بين سطحي دائرتي اهجـ ده ونخرج أعمدة دح دط دس نس على خطوط زب زجـ از هز ونخرج بل عمودًا على زجـ ونصل حن. فلأنّ دائرتي ادب اهجـ قائمتان على سطح دائرة بجـ يكون از عمودًا عليه وكذلك دح سن عمودان على سطح دائرة بجـ لأنّهما <عمودان> على الفصلين المشتركين ، وكذلك يكون دس بل عمودين على سطح دائرة اهجـ. فعمودا از دح متوازيان ، وخط حز في سطحهما ، <فـ> كل واحدة من زاويتي ازح دحز قائمة ، وزاوية دطز قائمة ، فتبقى زاوية طدح قائمة. فسطح دز متوازي الأضلاع قائم الزوايا فـدط مثل حز ، لكنّ دط جيب قوس اد ، فـحز جيب قوس اد.

وأيضًا فإنّ عمودي دح سن متوازيان ، وخط حن في سطحهما ، فكل واحدة من زاويتي دحن سنح قائمة ، وزاوية دسن قائمة ، <فـ> تبقى زاوية سدح قائمة. فسطح ند متوازي الأضلاع قائم الزوايا فـدس مثل حن ، لكنّ دس جيب قوس ده ، فـحن جيب قوس ده.

ولأنّ دس حن متوازيان وفي سطح واحد ودس عمود على سطح دائرة اهجـ ، فـحن عمود عليه ، وقد تبيّن أنّ بل عمود عليه ، فـحن بل متوازيان فمثلث زبل قد خرج منه حن موازيًا لقاعدته فهو شبه

مثلث **زحن**، فنسبة **زح** إلى **حن** كنسبة **زب** إلى **بل**. ولكنّ **زح** جيب قوس **اد** و **حن** جيب قوس **ده** و **زب** جيب قوس **اب** و **بل** جيب قوس **بجـ**، فجيوب القسيّ الأربع متناسبة. وإذا نعلم على قوس **اب** نقطة سوى **د** وامتثل فيها ما ذكرناه، تبيّن ما كنّا بيّناه فيما تقدّم، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ولم يتعرّض أبو محمود ولا كوشيار لما بعد ذلك من تبيّن تناسب جيوب الأضلاع مع جيوب الزوايا المقابلة لها في المثلثات القوسية أصلاً، بل قد استبعدا إمكان[1] ذلك لمّا أخبرتهما به، وإن كان ذلك مطّردًا في جميع المثلثات سواء كانت من قسيّ عظيمة أو من خطوط مستقيمة، وأنكرا أن تكون بين المقادير المذكورة نسبة في المساواة إذ لم يفطنا أنّها نسبة مضطربة كما بيّنّاها.

ومع ذلك فقد اعترضا على الشكل الظلّي المحكي عن أبي الوفاء وزعما أنّ العمل بالأظلال لا يصح، معتلّين[2] في ذلك بعظم التفاوت بين فضول ما بين أظلال القسيّ المتفاضلة فضولاً متساويةً.

وهذا منهما خطأ فاحش، حملهما عليه التعصّب والتخاتل. وذلك أنّ الذي ذكراه موجود في الأظلال المحلّلة لدرجة درجة الموضوعة (١٦٨ ظ) في الجداول، **ونحن** إذا قلنا ظل قوس فلسنا نأمر العامل أن يأخذه من الجداول بل نشير إلى نسبة قد ظهرت[3] للظل مع الجيوب والمقاييس[4] فيما تقدّم بالبرهان الواضح الذي لا يُقدح فيه الطعن بالجزاف، كما لا نأمره أن يرصد ذلك الظل بمقياس شرقت[5] عليه الشمس حتّى يعرف مقداره. على أنّ هذا الظل إنّما يستعمل في استخراج أشياء لا يتبيّن استخراجها بالجيوب إلاّ بعد تكرير الضرب

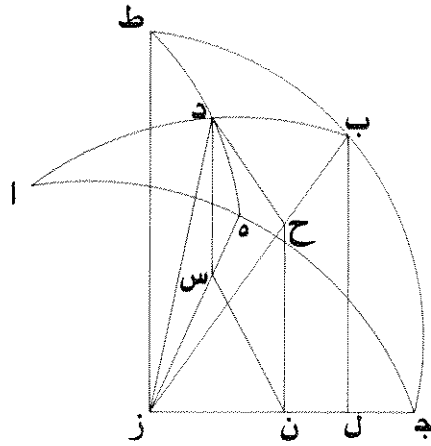
(١) استبعد امكان.
(٢) معللن
(٣) ظهر.
(٤) والمقاس.
(٥) شرق.

والقسمة ، ومتى تكرّر ذلك مرارًا تركت في المطلوب من جهة الجيوب والأوتار أكثر ممّا كرهاه وأعظم . فقد عُلم أن ليس في الأوتار منطق إلاّ وتر السدس وأمّا سائرها فبعضها منطق في القوة وبعضها غير منطق فيها وبعضها غير معلوم في الحقيقة إلاّ بالحيل المقرّبة وبعضها مستخرج بتركيب من تلك المعلومة ومن التي لا تُعرف إلاّ بالحيلة .

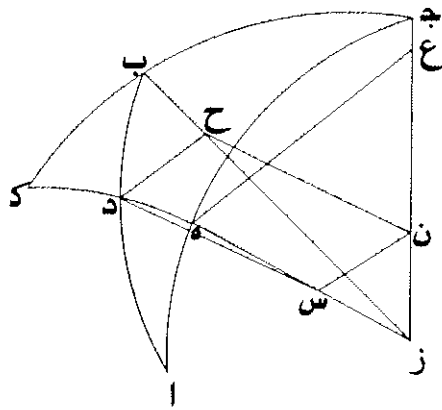
على أنّا فيما بعد نرشد عند مواضع الحاجة إلى استعمال الظلّ إلى كيفيّة النيابة عنه بالجيوب .

وقد أتى أبو العبّاس النيريزي وأبو جعفر الخازن كل واحد منهما في تفسيره للكتاب[1] «المجسطي» بشكل لمعرفة الميول الجزئية فقط، شبيهة بما اتى به ابو محمود وأسهل كثيرًا منه، من غير أن يكونا قاصدين في استخراجه قانونًا لمعرفة علم الهيئة وبدلاً عن الشكل القطاع.

البرهان على هذا الشكل المغني من تفسيري أبي العبّاس النيريزي وأبي جعفر الخازن للكتاب[1] «المجسطي».

فلنعد لحكايته قوسي **اب اجـ** مع قوسي **ده بجـ** ونصل **هز** ونتمّم **جـبط** ربع دائرة ونصل **زط** ونتمّ **هدط** ربعًا تامًّا ونخرج عمود **دح** على **بز** وعمود **دس** على **هز**[2]، فـ**دح** عمود على سطح دائرة **بجـ** لأنّ دائرة **بجـ** تجوز على قطبي دائرة **اب** فهي قائمة عليها[3] فـ**دح** أيضًا قائم على سطحها، و**بل** عمود على **جـز**. فزاوية **جـزط** قائمة لأنّ **جـبط** ربع دائرة، فـ**حن طز** متوازيان[4]. ولأنّ **طده** ربع دائرة فإنّ زاوية **هزط** قائمة، فـ**دس زط** متوازيان[4]. وزاوية **دحن** قائمة لأنّ **دح** قائم على سطح دائرة **بجـ**، وكل الخطوط التي تخرج من نقطة ح في بسيط دائرة **بجـ** تحيط مع **دح** بزاوية قائمة. فسطح **حس** متوازي الأضلاع قائم الزوايا، فـ**دس** مثل **حن**. ومثلثا **زلب زنح** متشابهان، فنسبة **بل** إلى **حن** كنسبة **بز** إلى **حز**، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) هكذا في الأصل.
(٢) في الشكل وضعت النقطة س على الخط دز.
(٣) هكذا في الأصل ولعلّه كان من الأفضل لو بدل **بجـ** بـ**اب** لأنّ المقصود هنا: ... «**اب** قائمة على **بجـ**، فـ**دح** قائم على سطح **بجـ**».
(٤) هكذا في الأصل ولعلّ هنا نقصًا.

شكل أورده أبو العباس النيريزي في تفسيره «للمجسطي» يؤدّي إلى الشكل المغني

ولنعد له الشكل الذي أورده هو وأبو جعفر الخازن في معرفة الميل ونخرج عمود ه ع على جـز. فظاهر أنّ ده متى كان ميل اد، كان ه ا مطالع اد في الفلك المستقيم و ه ع جيب جـه الذي هو تمام تلك المطالع، وهذا الشكل مخصوص بطلب معرفتها. و ه ز الجيب كلّه لأنّه نصف قطر الكرة و ن س جيب تمام اد لأنّه يساوي د ح و س ز جيب تمام ده لأنّ د س جيب ده فـ س ز جيب تمامها. ولتشابه مثلثي ز س ن ز ه ع تكون نسبة جيب ز س الذي هو جيب تمام الميل الجزئي إلى جيب ن س الذي هو جيب تمام القوس التي لها ذلك الميل كنسبة ز ه الجيب كلّه إلى جيب ه ع الذي هو جيب تمام المطالع المطلوبة، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وإنّما قلنا أنّ هذا يؤدّي إلى ما نحن فيه من الشكل المغني لأنا إذا تممنا كل واحدة من جـب (١٦٩و) ك ه د ك ربع دائرة، تقاطعتا على نقطة ك وصارت نسبة جيب ك د وهو تمام ميل ده إلى جيب د ب وهو تمام اد كنسبة جيب ك ه الجيب كلّه إلى جيب ه جـ الذي هو تمام ه ا وذلك هو الذي تقدّم بعينه.

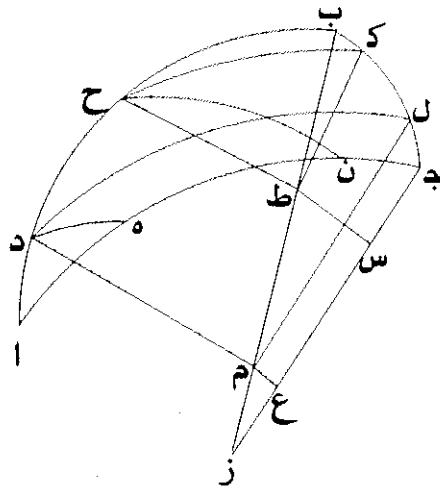
وقد أورد أبو العبّاس بعد ذلك في هذا التفسير وأبو جعفر الخازن فيه أيضًا وفي «زيج الصفائح»، لمعرفة المطالع وأمثالها، أشكالاً مخصوصة باستخراج كل واحد منها، قريبة بعضها من بعض، وكلها تؤدّي إلى ما تقدّم من الشكل المغني، واكتفينا بما حكيناه عنها[1].

(١) مها.

2. Une nouvelle fois, Bīrūnī ramène la proposition à la règle des quatre quantités. Naṣīr al-Dīn ne se trompe pas en rangeant cette démonstration parmi celles de la relation III, établie auparavant en corollaire de I. Nul doute cependant qu'il l'emprunte à *Maqālīd*: il la présente comme étant tirée des commentaires de l'*Almageste* d'al-Nayrīzī et d'al-Khāzin, où elle est appliquée au calcul des ascensions (Ṭūsī, *Traité*, texte pp. 123-4, trad. p. 159). Dans le *Traité*, nous avons déjà trouvé une allusion au calcul des ascensions, avec le même caractère approximatif (cf. supra, p. 148, n. 3).

طريقي في البرهان على الشكل المغني

ليكن كل واحدة من قوسي **اب** **اجـ** ربع دائرة عظيمة ونعلم على قوس **اب** نقطتي **د ح** ونجيز عليهما ميلي **ده** **حن**. فأقول إنّ نسبة جيب **اد** إلى جيب **ده** كنسبة جيب **اح** إلى جيب **حن**.

برهان ذلك أنّا نفرض مركز الكرة نقطة **ز** ونصل **زجـ** **زب** وندير على قطب دائرة **اجـ** مداري نقطتي **دح** ومنهما قطعتي **دل** **حك** ونخرج **دم** **حط** عمودين على **زب**، فظاهر أنّ **زم** هو مساوٍ لجيب **اد** و **زط** مساوٍ لجيب **اح**. ونخرج من نقطتي **م** **ط** عمودين على خط **زجـ** وهما **مع** **طس**. فلان جيب **ده** يكون عمودًا على سطح دائرة **اجـ**، كذلك يكون عمودًا على سطح مدار **دل** الذي ترسمه نقطة **د** إذا تحرّكت الكرة على قطبي دائرة **اجـ**. لكنّا إذا أخرجنا خط **مل**، كان في سطح مدار **دل** وفصلاً مشتركًا بين سطح دائرة **بجـ** وسطح مدار **دل**، وخط **جـز** هو الفصل المشترك بين سطحي دائرتي **اجـ** **بجـ**. فخطا **زجـ** **مل** فصلان مشتركان لسطح دائرة **بجـ** ولسطحين متوازيين فهما متوازيان، و**عم** عمود على أحدهما، فهو عمود على الآخر فهو مساوٍ لجيب **جـل**، لكنّ **جـل** مساوٍ لميل **ده**، فـ**مع** جيب ميل **ده**. وكذلك نصل خط **طك** وندبّر ما دبّرنا في **مع** حتّى يتبيّن انّ **طس** جيب ميل **حن**. ثم نعود ونقول إنّ نسبة **زم** المساوي لجيب **اد** إلى **مع** المساوي لجيب **ده** كنسبة **زط** المساوي لجيب **اح** إلى **طس** المساوي لجيب **حن** وذلك لتشابه مثلثي **زمع** **زطس** القائمي زاويتي **ع** **س**، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

فإذ قد أتينا على براهين الفضلاء لهذا الشكل فإنّا نريد أن نحدّ أنواع المثلثات القوسيّة ونتبع الطرق في استخراج مجهولاتها من معلوماتها فإنّ أولائك اقتصروا بالجهد وأسندوا التفصيل إلى قرائح المستفيدين ، وذلك مما يطوّل المدّة ويملّ المستخرج.

تقسيم المثلثات القوسيّة إلى اقسامها باختلاف أنواع زواياها المحصورة تحت الحدود الثلاثة.

فنقول إن أنواع الزوايا الحادثة على بسيط الكرة من تقاطع دوائرها العظام ، لمّا كانت ثلاثة ، أعني حادّة وقائمة ومنفرجة ، وكان المثلث يحوي ثلاث زوايا فقط ، وكل واحدة منها يمكن أن تترتّب تحت كل واحدة من الأنواع ، لم تحتمل القسمة الطبيعيّة في اقترانات أنواع الزوايا في المثلثات إلاّ عن أقسام يتّضح بها هذا الجدول.

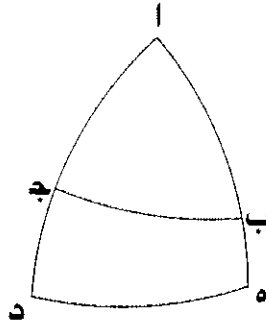
جدول أقسام المثلثات القوسية من جهة زواياها

عدد اقسام المثلثات	الزاوية ١	نوع الزاوية الأولى	الزاوية ٢	نوع الزاوية ٢	الزاوية ٣	نوع الزاوية ٣
ا	ا	حادّة	ب	حادّة	جـ	حادّة
ب	ا	قائمة	ب	قائمة	جـ	قائمة
جـ	ا	منفرجة	ب	منفرجة	جـ	منفرجة
د	ا	حادّة	ب	حادّة	جـ	قائمة
هـ	ا	حادّة	ب	حادّة	جـ	منفرجة
و	ا	قائمة	ب	قائمة	جـ	حادّة
ز	ا	قائمة	ب	قائمة	جـ	منفرجة
حـ	ا	منفرجة	ب	منفرجة	جـ	حادّة
ط	ا	منفرجة	ب	منفرجة	جـ	قائمة
ي	ا	حادّة	ب	قائمة	جـ	منفرجة

(١٦٩ ظ) تعديد هذه الأقسام للتعريف

ولنجعل مثلث **ابجـ** الكائن من قسيّ عظام مثالاً لنا في صفة هذه الأقسام العشرة.

القسم الأوّل أن تكون كل واحدة من زوايا **ا ب جـ** حادّة.

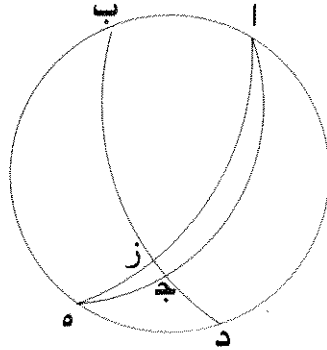
وهذا يكون متى أخرجنا **ا جـ ا ب** إلى نقطتي **د ه** حتى يصير كل واحد من **اد اه** ربعًا تامًّا وأخرجنا على نقطتي **د ه** قوسًا عظيمة فكانت أقلّ من ربع دائرة، فإنّ زاوية **ا** حينئذٍ تكون أنقص من قائمة لنقصان مقدارها – اعني **د ه** – عن مقدار القائمة، وكذلك لو أخرجنا لكل زاوية من زاويتي **ب جـ** ضلعيها المحيطين[1] بها كان ما يقع بينهما من مقدارها أقلّ من ربع دائرة تامّة.

القسم الثاني أن تكون كل واحدة من زوايا **ا ب جـ** قائمة.

وحينئذٍ يكون لكل واحد من أضلاع **اب اجـ بجـ** ربع دائرة تامّة وكل واحد من نقط **ابجـ** قطبًا للدائرة التي منها الضلع المقابل لها ويكون ما يحوي المثلث ثُمن جملة الكرة.

القسم الثالث أن تكون كل واحدة من زوايا **ا ب جـ** منفرجة.

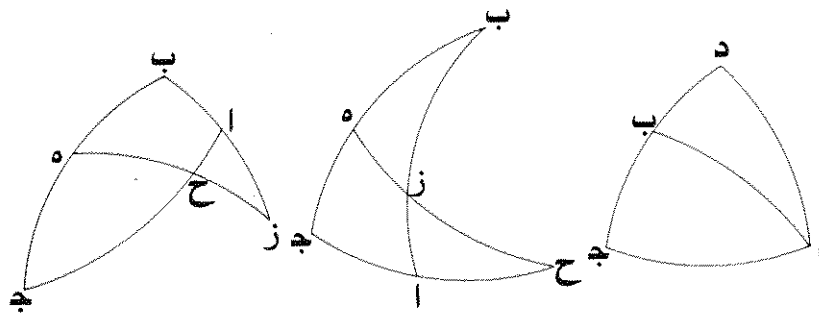
وحينئذٍ يكون ضلعان من الثلاثة كل واحد منهما أعظم من ربع دائرة ضرورةً، الثالث يمكن أن يكون أصغر أو أعظم أو ربعًا تامًّا بعد أن يكون أقلّ من نصف دائرة. ومثاله أن يكون ذلك الضلع الثالث **اب** فنتمّ دائرته **و اجـه بجـد** كل واحدة نصف دائرة. فمتى كانت زاويتا **داجـ هبجـ** كل واحدة منهما حادة، وجب ضرورةً أن تكون كل واحدة من زاويتي **ا ب** في مثلث **ابجـ** منفرجة. ونجيز على نقطتي **اه** نصف دائرة **ازه** عظيمة مارّة على قطب دائرة **بجـد** فتكون زاوية **هزد** قائمة فنقطة **جـ** إن كانت فيما بين نقطتي **دز** وكانت

(١) ضلعاها المحيطان.

زاوية هجـد منفرجة وليس يمكن ذلك إلاّ أن يكون قطب دائرة بجـد الذي[٢] تمرّ عليه دائرة ازه داخل مثلث ابجـ.

القسم الرابع أن تكون كل واحدة من زاويتي ا ب حادّة وزاوية جـ قائمة.

ويجب فيه ان يكون كل واحد من ضلعي اجـ بجـ أقلّ من ربع دائرة لأنّهما لو كانا ربعين لكانت نقطة جـ قطب دائرة اب فزاويتا ا ب تكونان قائمتين وقد فُرضتا حادّتين فليس اجـ بجـ ربعي[٣] دائرة.

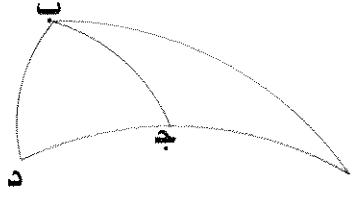
وكذلك لا يمكن أن يكون أحدهما ربعًا والآخر أصغر منه. فليكن للمثال اجـ ربعًا وبجـ أصغر، ونجعل جـد ربعًا وندير على قطب جـ وببعد ضلع المربع قوس اد، فتكون قائمة على دجـ وظاهر أنّ كل قوس تخرج من نقطة ا وتقع على نقطة بين نقطتي د جـ كقوس اب فإنّها تحيط مع بد بزاوية حادّة ومع بجـ بزاوية منفرجة، وقد فُرضت زاوية ابجـ حادّة، فليس اجـ ربعًا تامًّا.

وأيضًا فليس يمكن أن يكون أحد اجـ بجـ أعظم من ربع دائرة. فإن أمكن فليكن جـب أعظم ونفصل جـه في الصورة الثانية والثالثة ربعًا تامًّا[٤] وندير على قطب جـ وببعد ضلع المربع ربع دائرة هح فتكون زاوية ح

(٢) التي.
(٣) ربعا.
(٤) في الشكل الأخير وضع الحرف د عوضًا عن ه.

قائمةً وزاوية ز ا ح حادّةً وتبقى زاوية ب ا جـ منفرجةً وقد كانت فُرضت حادّةً. فليس يمكن أن يكون أحد ضلعي اجـ بجـ أعظم من الربع ولا كلاهما[5] كما هو ظاهر من وضع الصورة الثالثة، فكل واحد من ضلعي اجـ بجـ إذن أقل من ربع دائرة.

القسم الخامس أن تكون كل واحدة من زاويتي ا ب حادّة وزاوية جـ منفرجة.

وههنا يمكن أن يكون ضلع اب ربعًا أو أقل أو أكبر بعد أن يكون أعظم من اجـ ومن جـب.

وكيفما كان، وأنزلنا قوس بد من الدائرة[6] المارّة على قطب دائرة اجـ، فبيّن انّ زاوية بجـد حادّة وزاوية (١٧٠ و) بجـا منفرجة. فأمّا اجـ فبالضرورة يلزم أن يكون أصغر من اب لأنّه لو ساواه لتساوت زاويتا جـب وقد فرضتا مختلفتين ولو كان أعظم منه لكانت زاوية ب أعظم من زاوية جـ وقد فرضتا بخلاف ذلك، اعني ب حادّة وجـ منفرجة. وكذلك ضرورة يلزم أن يكون بجـ أصغر من اب بمثل ذلك بعينه.

القسم السادس أن تكون كل واحدة من زاويتي ا ب قائمة وزاوية جـ حادّة.

ومتى قام كل واحد من ضلعي اجـ بجـ على ضلع اب كانا مارّين على قطب الدائرة التي منها اب فيكون جـ الذي هو ملتقاهما هو ذلك القطب وكل واحد من اجـ بجـ يكون ربع دائرة واب مقدار زاوية جـ، فإذا فرضت حادّة وجب لا محالة ان يكون اب أصغر من ربع دائرة.

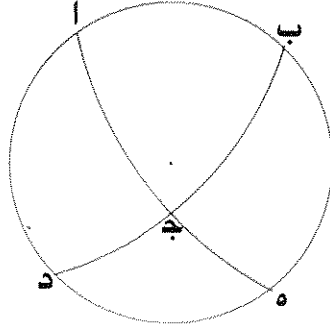
القسم السابع أن تكون كل واحدة من زاويتي ا ب قائمة وزاوية جـ منفرجة.

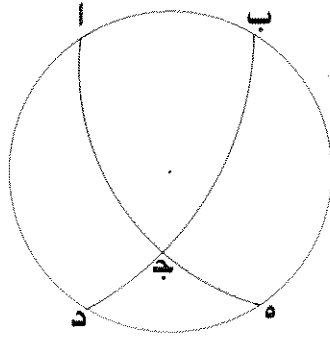
وكما تبيّن في القسم السادس يكون كل واحد من ضلعي اجـ بجـ ربع دائرة وجـ قطب دائرة اب واب مقدار زاوية جـ، فيزيد حينئذٍ على الربع بمثل انفراج زاوية جـ على مقدار الزاوية القائمة.

(٥) كلبهما.

(٦) هنا إشارة إلى حاشية بدلت فيها «الدائرة» بـ «الدوائر» والأفضل الاحتفاظ بالمفرد بسبب وجود دائرة واحدة مارّة بالنقطة ب وبقطبي الدائرة اجـ.

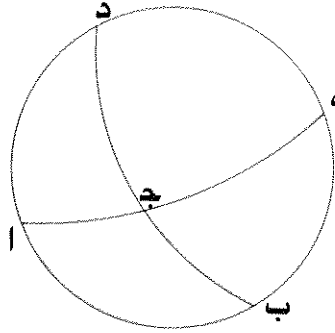
القسم الثامن أن تكون كل واحدة من زاويتي **ا ب** منفرجة وزاوية **جـ** حادّة.

وذلك متى أُتممت دائرة **اب** ونصفا دائرتي **اجـه بجـد** أحدث مثلث **هدجـ** حادّ زوايا **د ه جـ**. فتكون زاويتا **جـ** في مثلثي **ابجـ هدجـ** حادّتين وزاويتا **جـاب جـبا** منفرجتين لأنّ زاوية **جـاد** مساوية لزاوية **جـهد** الحادّة وزاوية **جـبه** مساوية لزاوية **جـده** الحادّة أيضًا، فتبقى زاويتا **جـاب جـبا** منفرجتين.

القسم التاسع أن تكون كل واحدة من زاويتي **ا ب** منفرجة وزاوية **جـ** قائمة.

وذلك متى أتممت دائرة **اب** ونصفا دائرتي **اجـه بجـد** كما فعلنا في القسم الثامن فحدث مثلث **هدجـ** حادّ زاويتي **جـهد جـده** قائم زاوية **جـ**. فحينئذٍ تبيّن أنّ زاوية **جـ** في مثلث **ابجـ** قائمة وزاويتيا **ب**[7] فيه منفرجتان. فظاهر أنّ كل واحدة من دائرتي **اجـه بجـد** مارّة على قطب الأخرى لقيام إحداهما[8] على أختها.

(٧) زاويتا ب جـ.

(٨) احدهما.

القسم العاشر أن تكون زاوية ا حادّة وزاوية ب قائمة وزاوية جـ منفرجة.

وذلك إذا كانت زاوية ا حادّة ودائرة جـب مارّة على قطب اب فإن أُتممت دائرة اب ونصفا دائرتي اجـه بجـد حدث مثلث هجـد قائم زاوية د ومنفرج زاويتي جـه. فتكون زاويتا جـ في مثلثي ابجـ هجـد منفرجتين، وزاويتاب د قائمتان لقيام دائرة بجـد على دائرة اب وزاوية ا المساوية[9] لزاوية بهجـ الحادة، حادّة لأنها باقي زاوية جـهد المنفرجة إلى تمام القائمة[10] . فيلزم ضرورةً أن يكون اب أعظم من ربع دائرة حتى تنفرج زاوية جـ.

فهذه جملة ما احتملته القسمة عند تنوّع الزوايا في المثلثات وقد عدّدناها ، على وجه الإخبار عنها في هذه الأقسام ، إلى عدد أقلّ بسبب ما وُجد فيها من الاشتراك والانعكاس.

ومن هذه الأقسام ما يشارك بعضها بعضًا في مثلثي ابجـ دهجـ المتناظرين. أعني بذلك متى كان مثلث ابجـ من جنس أحد الأقسام المعدودة كان مثلث هدجـ من جنس القسم المشارك له، وذلك بسبب أنّ الزاويتين الكائنتين في جهة واحدة الحادثتين من تقاطع الدوائر العظام على سطح الكرة تكونان متساويتين وهما كزاويتي باجـ جـهب أو زاويتي جـاد جـهد[11] الحادثتين من تقاطع دائرتي اجـه ابهد وأنّ الزاويتين المتبادلتين يكون مجموعها معادلاً لزاويتين قائمتين وهما كزاويتي باجـ جـهد[12] أو زاويتي جـاد[13] جـهب وأنّ الزاويتين المتقابلتين عند تقاطعها تكونان متساويتين وهما كزاويتي بجـا هجـد في مثلثي ابجـ دهجـ المتناظرين. فآن ذاك إذا كان كذلك وجب ضرورةً أن يشارك القسم الأوّل مع الثامن والقسم الثالث مع الخامس والقسم الرابع مع التاسع.

(٩) المساوي.

(١٠) هكذا في الأصل والمقصود تمام القائمتين.

(١١) جـاه جـها.

(١٢) جـها.

(١٣) جـاه.

وتنعكس الأربعة الأقسام الباقية على أنفسها وهي الثاني والسادس والسابع والعاشر وأعني بانعكاسها على أنفسها أنّ مثلث **ا ب جـ** ، مهما كان من جنس (١٧٠ ظ) أحدها ، كان مثلث **ه د جـ** من ذلك الجنس بعينه.

أمّا الأوّل من هذه المنعكسة ، وهو الثاني من جملة الأقسام ، فزواياه الثلاث قوائم وأضلاعه الثلاثة أرباع ومتى عُلم واحد من أضلاعه أو زواياه أوجبت(١٤) للمساواة معرفة الباقية.

وأمّا الثاني والثالث منها ، وهما السادس والسابع من الجملة ، ففي كل واحد منهما زاويتان قائمتان فيكون الضلعان المقابلان لها كل واحد منهما ربع دائرة بالاضطرار ، وأمّا الزاوية الثالثة ففي أحدهما أنقص من قائمة وفي الآخر(١٥) أزيد منها ولن ينفع في استخراجها واستخراج الضلع المقابل لها إلاّ بأحدهما ، فمتى كان أحدهما معلومًا كان الآخر بقدره ومتى لم يكن معلومًا لم يكن إلى معرفته ومعرفة نظيره سبيل بتّةً ولم يُجْدِ علينا حصول سائر الزوايا والأضلاع لدينا.

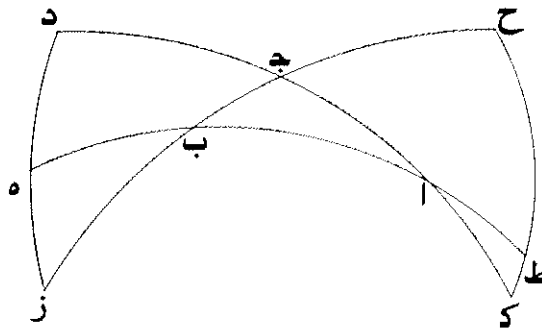
وأمّا الرابع ، وهو عاشر الجملة ، فليست مقادير أضلاعه محدودة ولا كميّات زواياه تحت أنواعه إلاّ القائمة محصورة ، وفيه تقع النسب المذكورة في الشكل المغني ، وعليه مع غيره نغتني فيما نستأنف.

ونعود الآن إلى ذكر الاقسام المتشاركة ونلقي قرائنها لنيابة القرين عن قرينه ودخوله في حدّ المعلومات عند دخول شريكه فيها. فيكون الباقي منها بعد الإلقاء الاول والثالث والرابع ، ونضيف إليها العاشر الذي كان بقي عندنا من المنعكسة على أنفسها.

ثمّ نقدّم الرابع في تبيّن ما يتولّد منه لنتطرّق بذلك إلى تحصيل المطلوب من البواقي.

(١٤) أوجب.
(١٥) الأخرى.

تعديد الاقترانات التي تكون من الأضلاع الثلاثة والزوايا الثلاث بعضها من بعض عند ضروب التقليبات على مقتضى مثلث القسم الرابع

ونعيد مثلث **ا ب جـ** الكائن على بسيط كرة بالشرايط المذكورة في القسم الرابع وهو أن تكون زاويتا **ا ب** حادّتين وزاوية **جـ** قائمة والمثلث من قسيّ عظام. فنخرج **ا ب ا جـ** على استدارتهما حتّى يصير كل واحد من **ا ه ا د** ربعًا تامًّا وندير على قطب **ا** ببعد ضلع المربّع ربع دائرة **د ه ز** ونخرج **جـ ب** على استدارته فلا محالة يلقى **د ه** على نقطة **ز** ويحدث قطاع **ا د ز ب** من أرباع دوائر عظام. ثم نخرج كل واحد من **ب جـ ب ا جـ ا** على استدارته حتّى يصير كل واحد من **ب ح ب ط جـ ك** ربعًا تامًّا وندير على قطب **ب** وببعد ضلع المربّع دائرة **ح ط ك** فيحدث قطاع **ب ح ك ا** من[1] أرباع دوائر عظام أيضًا. وظاهر أنّ **د ه** هو قدر زاوية **ا** و**ه ز** تمام قدرها وأنّ **ط ح** قدر زاوية **ب** و**ط ك** تمام قدرها وأنّ **ا ه** الذي هو ربع تامّ هو مساوٍ لقدر زاوية **جـ** القائمة وكذلك كل واحد من الأرباع العظام هو بقدرها، فمتى ذكرنا إحدى هذه القسيّ فإنّا نعني بها الزاوية التي بقدرها فلنفهم ذلك فيما يأتي.

ثم نقول متى كان في مثل مثلث **ا ب جـ** ضلع ما من أضلاعه وزاوية أي زواياه كانت سوى القائمة معلومين[2] فإنّ باقي الأضلاع والزوايا تصير معلومة. وإذ زوايا المثلث ثلاث وأضلاعه ثلاثة فإنّ القرانات الثنائية في الأعداد الستّة تكون خمسة عشر قرانًا، خمسة منها وهي الكائنة مع الزاوية القائمة (....)[3] وقد كتبناها بالحمرة[4] ليتميّز حق القرانات من باطلها وفصلنا ذكرها فيما نستأنف بعد أن جمعناها للعيان في هذا **الطيلسان**.

(١) أو.
(٢) معلومًا.
(٣) لعل هنا نقصًا، نقترح أن يكون خبر خمسة «باطلة».
(٤) في الطيلسان الوارد في المخطوطة لم يكتب عمود الصفر باللون الأحمر، ويبدو أنّ اللون الأحمر قد استعمل في الإطار المحيط بالطيلسان، وذلك حسب الميكروفيلم الذي بين ايدينا.

فمتى كان لنا في مثلث **ابجـ** ضلعان معلومان أو زاويتان سوى القائمة أو ضلع وزاوية غير القائمة ، فإنّ المثلث بكلّيته يصير معلومًا وبذلك تصير قطع قطاع (١٧١ و) **ادزب** كلها معلومة . ومتى اخذنا المقدارين المعلومين ، وطلبناهما في الطيلسان حتّى وجدناهما ، ثم أخذنا ما يسامت البيت الذي وُجدوا فيه من عددي الطول والعرض جميعًا وجمعناهما ، اجتمعت سمة الباب الذي ذُكر فيه استخراج قطع القطاع كلّها منها.

مقادير الزوايا الثلاث

الأضلاع الثلاثة

الطول						
	اه					
آ	اه ده	ده				
ب	حط اه	ده حط	حط			
جـ	اه اب	اب ده	حط اب	اب		
د	اه بجـ	ده بجـ	بجـ حط	اب بجـ	بجـ	
ه	اه اجـ	اجـ ده	حط اجـ	اجـ اب	بجـ اجـ	اجـ
	٠	٤	٧	٩	١٠	العرض

فلنذكر تلك الأبواب بعد أن نقدّم مثالاً لكيفيّة معرفة قطاع **ادزب** كله من جهة المثلث **ابجـ**.

ولننزله معلوم الأضلاع. فتكون **جـد بـه بـز** معلومة لأنّها تمامات الأضلاع المعلومة ويبقى **ده هز** مجهولين. وظاهر من الشكل المغني انّ نسبة جيب **اب** المعلوم إلى جيب **بجـ** المعلوم(٥) كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **هد** المجهول. فيصير **ده** معلومًا، و**هز** تمامه، فقطع القطاع كلها معلومة. ونسبة جيب **اب** المعلوم إلى جيب **اجـ** المعلوم(٦) كنسبة جيب **بط** الجيب كله إلى جيب **ط ح** المجهول، فزاوية **ابجـ** تصير أيضًا معلومة.

ثم لننزل هذا المثلث معلوم الزوايا. فإذا كان ذلك لم نعلم من القسيّ إلاّ **ده هز حط طك**. فلأنّ نسبة جيب **اب** إلى جيب **اجـ** كنسبة جيب زاوية **جـ** إلى جيب زاوية **ب** ونسبة جيب **بز** إلى جيب **ز ه** كنسبة جيب زاوية **ه** إلى جيب زاوية **ب**، لكن زاويتي **ب** لأجل التقابل متساويتان وزاويتا **جـ ه** قائمتان، فالنسبتان متساويتان، فنسبة جيب **اب** إلى جيب **اجـ** كنسبة جيب **بز** إلى جيب **ز ه**. ولكن نسبة جيب **اب** إلى جيب **اجـ** كنسبة جيب **طب** إلى جيب **ط ح**. فنسبة جيب **زب** المجهول إلى جيب **هز** المعلوم(٧) كنسبة جيب **بط** الجيب كله إلى جيب **طح** المعلوم، فـ**زب بجـ** يصيران معلومين.

ونسبة جيب **اب** المجهول إلى جيب **بجـ** المعلوم كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **هد**(٨) المعلوم، فـ**اب هب** معلومان. ونسبة جيب **زب** المعلوم إلى جيب **به** المعلوم كنسبة جيب **زجـ**(٩) الجيب كله إلى جيب **جـد** المجهول، فـ**دجـ جـا** معلومان. وقطع القطاع كلها معلومة إذا كان مثلث **ابجـ** معلوم الأضلاع أو معلوم الزوايا.

ثم نبيّن الآن أنّها كذلك معلومة متى كان اثنان من جملة أضلاع المثلث وزواياه غير < القائمة > معلومين.

(٥) في الأصل أضيف هنا «ونسبة جيب **اب** المعلوم إلى جيب اجـ المعلوم إلى» ويبدو أنّ الناسخ أخطأ ونقل سطرًا جاء فيما بعد.

(٦) «إلى جيب اجـ المعلوم» هذا مكرّر في المخطوطة.

(٧) في الأصل «فنسبة جيب هز المعلوم إلى جيب **زب** المجهول».

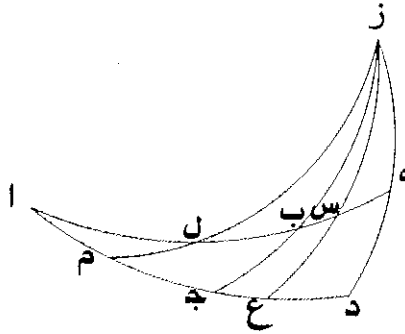
(٨) **هز**.

(٩) هنا إشارة إلى حاشية كتب فيها «**زح**» وهذا خطأ.

ذكر الأبواب التي بها يصير القطاع كله معلومًا من جهة مقدارين من مقادير المثلث سوى مقدار الزاوية القائمة

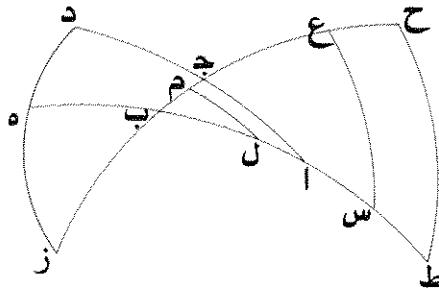
ولأنّا ذكرنا أنّه لا ينتج من القران الكائن مع الزاوية القائمة علم بالمطلوب من أمر القطاع والقرانات معها خمسة فيجب أن نبيّن في كل واحد منها علّة ذلك وعبثه، ونبدأ بالباب الأوّل ثم نتلوه منها[١] على الولاء الطبيعي.

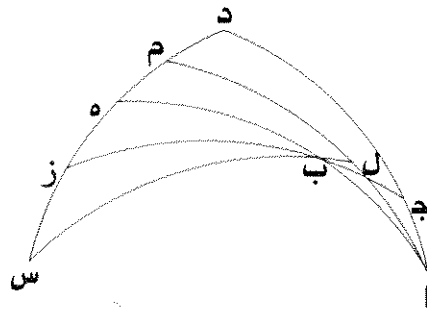
الباب الأوّل المعلومان في هذا الباب هما زاويتا **ا جـ**

وكان كل واحد من **اه** **هد** معلومًا، فأقول إنّه لا نعلم بشيء من أضلاع مثلث **ابجـ** لأنّ وضع **ز ب جـ** غير محدود من أجل أنّه يمكن أن نخرج من نقطة **ز** أرباع[٢] دوائر عظام بلا نهاية، بعضها فيما بين نقطتي **ا ب** كربع **ز ل م** وبعضها فيما بين نقطتي **ب ه** كربع **ز س ع**، ويحدث مثلثات لا نهاية لها كمثلثي **ا ل م** **ا س ع** القائمي الزاوية – أعني زاويتي **م ع** – والمعلومات في كل واحد منها على الحال التي كانت عليها في مثلث **ا ب جـ**. فلذلك لا تمكن معرفة وضع **ز ب جـ** بما فُرض من المعلومين.

(١) هكذا في الأصل ولعل هذه الكلمة زائدة.

(٢) باع.

الباب الثاني المعلومان فيه زاويتا **ب جـ**.

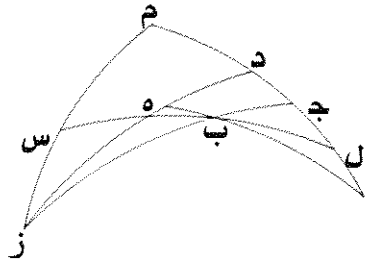
وكان كل واحد من **اه حط** معلومًا. فأقول إنّ أضلاع مثلث **ابجـ** غير معلومة من ذلك من أجل أنّ **اه** مساوٍ لـ**بط** فالمعلومان إذن **بط طح** <و> وضع **اجـ** فيما بين **بط بح** غير محدود لأنّه يمكن أن تقع فيما بينهما قسيّ كلها قائمة على **بجـ**، بعضها أقرب إلى **ب** من **اجـ** مثل **لم** وبعضها أبعد عنه مثل **عس**. ويحدث مثلثات غير متناهية كمثلثي **بلم بس ع** القائمي الزاويتي **م ع**، فالحال (١٧١ ظ) في جميعها كالحال في مثلث **ابجـ** من معلوميه المفروضين، فليس يمكن إذن أن نعلم منهما وضع **اجـ** المطلوب.

الباب الثالث المعلومان فيه زاوية **جـ** وضلع **اب**.

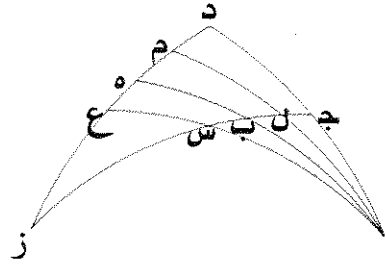
فليس يمكن أن نعلم منهما وضع أحد خطي **اجـ جـب**. وذلك انّا إذا فرضنا **م** بين نقطتي **د ه** وأخرجنا **دز** على استدارته حتّى يصير **مس** ربعًا تامًّا ثم أدرنا على قطب **س** وببعد ضلع المربّع ربع **ام** وأخرجنا ربع **سل**[٣]، حدث مثلث **ابل** قائم زاوية **ل** وفيه ضلع **اب** وزاوية **ل** معلومان[٤] كما كانا في مثلث **ابجـ**. وكذلك يحدث مثلثات أمثال هذا بإحداث كم شئنا من النقط بين نقطتي **د ه** وإجراء الأمر على مثل ما أجريناه، فإذن ليس يعيَّن[٥] ممّا فرضنا وضع أحد خطي **اجـ جـب**.

(٣) في الشكل كان الربع **سل** قد مدّد إلى نقطة تقاطعه مع الربع **اد**.

(٤) معلومين.

(٥) يبيّن.

الباب الرابع المعلومان فيه زاوية جـ وضلع ب جـ.

أقول إنّ وضع كل واحد من اب اجـ غير محدود، وكذلك لا تمكن معرفتها من قبل هذين المفروضين. وذلك أنّا نعلم نقطة ل فيما بين نقطتي اجـ ونخرج ال على استدارته حتّى يصير ل م ربعًا تامًّا وندير على قطب ل وببعد ضلع المربّع م ز ونجيز على نقطة ب ربع ل ب س. فيكون في مثلث ب ل جـ زاوية جـ وضلع ب جـ معلومين كما هما في مثلث اب جـ. وكذلك يمكن إحداث نقط[٦] مثل ل فيما بين نقطتي اجـ وحدوث مثلثات كمثلث ب ل جـ لا نهاية لها، وب جـ في جميعها على حاله مع زاوية جـ القائمة. فوضع خطي اب اجـ غير معلوم ولذلك لا تمكن معرفتها ممّا فرض لنا معلومًا.

الباب الخامس المعلومان فيه زاوية جـ وضلع اجـ.

أقول إنّ كل واحد من اب ب جـ غير معلوم[٧] الوضع ولذلك لا تمكن معرفتها. وذلك أنّه يمكن أن نخرج من نقطة ا قسيًّا عظامًا لا نهاية لها فتقع بعضها فيما بين نقطتي د ه كربع ال م وبعضها فيما بين نقطتي ه ز كربع اس ع ويحدث مثلثات كمثلثي ال جـ[٨] اس جـ، وفي كل واحد منها[٩]، ومع[١٠] اختلافها، اجـ وزاوية جـ على حالها. فإذًا وضع كل واحد من اب ب جـ غير محدود فممتنع أن يكون أحدهما ممّا فُرض من المعلومين معلومًا، وذلك ما أردنا أن نبيّن، إيضاحه وبطلان الوجوه الخمسة وعدم التحديد في أوضاعها.

فلنعد إلى القرانات الباقية ونشير إلى استنباط المجهول من معلوماتها إشارةً معينةً.

(٦) نقطة.
(٧) معلومي.
(٨) اب جـ.
(٩) منهما.
(١٠) في الأصل: وصع.

الباب السادس المعلومان فيه زاويتا **ا ب**.

وكان كل واحد من **ده هز حط طك** معلومًا . فظاهر ممّا تقدّم أنّ نسبة جيب **زب** المجهول إلى جيب **هز** المعلوم[11] كنسبة جيب **بط**[12] الجيب كله إلى جيب **طح** المعلوم **فزب بج** معلومان. ونسبة جيب **اب** المجهول إلى جيب **بج** المعلوم كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **ده** المعلوم **فاب به** معلومان. ونسبة جيب **زب** المعلوم إلى جيب **به** المعلوم كنسبة جيب **زج** الجيب كله إلى جيب **جد** المجهول **فدج جا** معلومان ومثلث **ابج** وقطاع **ادزب** كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وظاهر من الصورة أنّ **زه** هو ميل قوس **بز** بالمقدار الذي به الميل كله بقدر زاوية **ب**، أعني **طح**. و **بز** تمام **بج** و**ده** تمام **هز**، فزاوية **ا** هي بمقدار تمام ميل تمام **بج** من الميل الذي أعظمه بمقدار زاوية **ب**.

الباب السابع المعلومان فيه زاوية **ا** وضلع **اب**.

فكان كل واحد من **اب به ده هز** معلومًا. وقد تبيّن أنّ نسبة جيب **اب** المعلوم إلى جيب **بج** المجهول كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **هد** المعلوم **فبج بز** معلومان. ونسبة جيب **هز** المعلوم إلى جيب **زب** المعلوم (١٧٢ و) كنسبة جيب **جا** المجهول إلى جيب **اب** المعلوم **فاج جد**[13] معلومان ومثلث **ابج** وقطاع **ادزب** كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن ونوضّح.

الباب الثامن المعلومان فيه زاوية **ا** وضلع **بج**.

فكان **ده هز بج بز** كلها معلومة. ونسبة جيب **اب** المجهول إلى جيب **بج** المعلوم كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **هد** المعلوم **فاب به** معلومان. ونسبة جيب **زب** المعلوم إلى جيب **به** المعلوم

(١١) في الأصل «أن نسبة جيب دهز المعلوم إلى جيب زب المجهول».
(١٢) زط.
(١٣) جز.

كنسبة جيب ز جـ[١٤] الجيب كله إلى جيب جـد المجهول فـدجـ جـا معلومان والمثلث والقطاع كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب التاسع المعلومان فيه زاوية ا وضلع اجـ.

وكان ده هز اجـ جـد كلها معلومة. وقد تبيّن في الشكل الظلي الذي أتى به أبو الوفاء أنّ نسبة جيب اجـ المعلوم إلى ظل جـب المجهول كنسبة جيب اد الجيب كله إلى ظل ده المعلوم، فـجـب معلوم.

ولنقلّل استعمال الظل اتّباعًا لمن احتواه فنقول: قد تبيّن فيما تقدّم من أمر تعريف المواضعات في الظل أنّ نسبة الجيب كله إلى ظل كل ارتفاع كنسبة جيب تمام ذلك الارتفاع إلى جيب الارتفاع نفسه. فنسبة جيب اجـ إلى ظل جـب كنسبة زه إلى جيب هد، التي هي نسبة جيب اد إلى ظل ده. وإذا بدّلنا، فنسبة جيب اجـ المعلوم إلى جيب هز المعلوم كنسبة ظل جـب المجهول إلى جيب ده المعلوم، فظل[١٥] جـب معلوم فـجـب بـز معلومان.

ولنقيّد استعمال الظل أصلاً فنقول: لمّا كان اد ربعًا وجـك أيضًا ربعًا صار جـد مساويًا لـاك عند رفع اجـ المشترك بينهما، ونسبة جيب اك المعلوم إلى جيب كط المجهول كنسبة جيب اه الجيب كله إلى جيب هد المعلوم، فـط ح كط معلومان. ونسبة جيب اب المجهول إلى جيب اجـ المعلوم كنسبة جيب ب ط الجيب كله إلى جيب ط ح المعلوم فـاب ب ه معلومان. ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب بـجـ المجهول كنسبة جيب دجـ، أعني اك، المعلوم إلى جيب تمام زاوية ابـجـ، أعني ط ك، المعلوم فـبـجـ بـز معلومان والمثلث والقطاع كله معلومان، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وهنالك استبان أنّ زاوية ب هي بمقدار تمام ميل دجـ فبالمقدار الذي به الميل كله بقدر زاوية ا.

(١٤) هنا كتب في الحاشية خطأً «ز ح».
(١٥) وظل.

$\frac{\text{Sin AB}}{\text{Sin AG}} = \frac{\text{Sin BT}}{\text{Sin TH}}$ (r.4q) donne AB et BE (g par $\frac{\text{Sin g}}{\text{Sin b}} = \frac{\text{R}}{\text{Sin B}}$, = ABG,$I_b$)

$\frac{\text{Sin AB}}{\text{Sin BG}} = \frac{\text{Sin AK}}{\text{Sin TK}}$ (r.4q) donne BG et BZ (a par $\frac{\text{Sin g}}{\text{Sin a}} = \frac{\text{Cos b}}{\text{Cos B}}$, = ABG,$V_b'$)

9. Variante pour le calcul de B, dans la dernière méthode: $\bar{B} = \delta_A$ (DG), soit $\bar{B} = \delta_A$ ($\bar{b}$) (= ABG,V_b').

الباب العاشر المعلومان فيه زاوية ب وضلع اب.

فكان كل واحد من اب به حط طك معلومًا، ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب اجـ المجهول كنسبة جيب بط الجيب كله إلى جيب طح المعلوم، فاجـ جـد معلومان. ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب بجـ المجهول كنسبة <جيب>جـد، أعني اك، المعلوم إلى جيب طك المعلوم، فبجـ بز معلومان. ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب بجـ المعلوم كنسبة جيب اه الجيب كله إلى جيب ٥د المجهول، فهد ٥ز معلومان، فالمثلث والقطاع معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب الحادي عشر المعلومان فيه زاوية ب وضلع بجـ.

فكان كل واحد من بجـ بز طح طك معلومًا، فظاهر أنّ نسبة جيب بز المعلوم إلى جيب زه المجهول كنسبة جيب بط الجيب كله إلى جيب طح المعلوم، فزه ٥د معلومان. ونسبة جيب اب المجهول إلى جيب بجـ المعلوم كنسبة جيب اه الجيب كله إلى جيب ٥د المعلوم، فاب به معلومان. ونسبة جيب اب[16] المعلوم إلى جيب اجـ المجهول كنسبة جيب بز المعلوم إلى جيب زه[17] المعلوم، فاجـ جـد معلومان، فالمثلث والقطاع كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب الثاني عشر المعلومان فيه زاوية ب وضلع اجـ.

فكان كل واحد من اجـ جـد طح طك معلومًا. ونسبة جيب اب المجهول إلى جيب اجـ المعلوم كنسبة جيب بط الجيب كله إلى جيب طح المعلوم، فاب <به>معلومان. ونسبة جيب تمام بجـ المجهول، أعني زب[18]، إلى جيب تمام اب المعلوم، أعني به، كنسبة جيب زاوية جـ القائمة، أعني جيب زجـ[19]، إلى جيب تمام اجـ، أعني جـد، المعلوم، فزب بجـ معلومان. ونسبة جيب اب المعلوم إلى

(١٦) از.
(١٧) ٥د.
(١٨) دب.
(١٩) دجـ.

جيب ب جـ المعلوم كنسبة (١٧٢ ظ) جيب اه الجيب كله إلى جيب ه د المجهول ، فـ د ه ه ز معلومان ، فالمثلث والقطاع كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب الثالث عشر المعلومان فيه ضلعا اب ب جـ.

وكان اب ب ه ب جـ ب ز كلها معلومة ، ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب ب جـ المعلوم كنسبة جيب اه الجيب كله إلى جيب ه د المجهول ، فـ د ه ه ز معلومان. ونسبة جيب ب ز المعلوم إلى جيب ب ه المعلوم كنسبة جيب ز جـ الجيب كله إلى جيب جـ د المجهول ، فـ د جـ جـ ا معلومان ، فالمثلث والقطاع كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب الرابع عشر المعلومان فيه ضلعا اب اجـ.

وكان كل واحد من اب ب ه اجـ جـ د معلومًا ، ونسبة جيب ز ب المجهول إلى جيب ب ه المعلوم كنسبة جيب ز جـ الجيب كله إلى جيب جـ د المعلوم ، فـ ز ب ب جـ معلومان. ونسبة جيب اب المعلوم إلى جيب ب جـ المعلوم كنسبة جيب اه الجيب كله إلى جيب ه د المجهول ، فـ د ه ه ز معلومان ، فالمثلث والقطاع كله معلومان وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الباب الخامس عشر المعلومان فيه ضلعا اجـ جـ ب.

فكان كل واحد من اجـ جـ د جـ ب ب ز معلومًا ، ونسبة جيب ز ب المعلوم إلى جيب ب ه المجهول كنسبة جيب ز جـ الجيب كله إلى جيب جـ د[٢٠] المعلوم ، فـ ه ب ب ا معلومان. ونسبة جيب ه ز المجهول إلى جيب ب ز المعلوم كنسبة جيب اجـ المعلوم إلى جيب اب المعلوم ، فـ ز ه ه د معلومان ، فالمثلث والقطاع كله في الأضلاع العشرة معلومة وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٢٠) هنا إشارة إلى حاشية حيث تم تبديل جـ د ، وهو الصواب ، ب د ز.

15. Données et inconnues forment huit arcs, deux à deux complémentaires. Il y en aurait dix en ajoutant HT et TK, les mesures de B et $\hat{B}$, mais précisément ces arcs ne sont pas calculés.

16. Sont calculés successivement g ($\bar{g}$ = BE) et A ($\bar{A}$ = EZ):

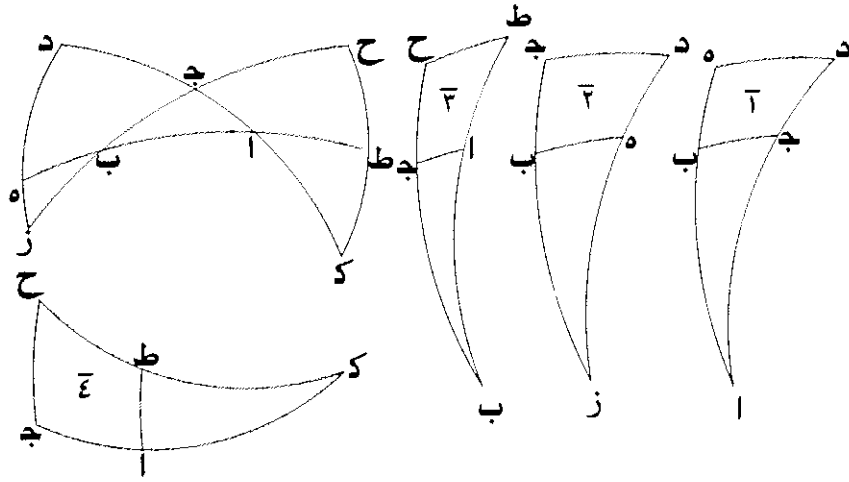
$\frac{\text{Sin } ZB}{\text{Sin } BE} = \frac{\text{Sin } ZG}{\text{Sin } GD}$ (r.4q) donne EB et BA (g par $\frac{\text{Cos } a}{\text{Cos } g} = \frac{R}{\text{Cos } b}$, = ABG,III)

$\frac{\text{Sin } EZ}{\text{Sin } BZ} = \frac{\text{Sin } AG}{\text{Sin } AB}$ (r.4q) donne ZE et ED (A par $\frac{\text{Cos } A}{\text{Cos } a} = \frac{\text{Sin } b}{\text{Sin } g}$, = ABG,$V'_a$).

فهذه هي القرانات الخمسة عشر واستخراج المجهول من المعلومين في كل واحد من العشرة التي أمكن ذلك فيها ، وقد كان يمكن أن نشير إلى عدّة منها ونتجنّب عن التطويل في تعديدها جميعًا لكنّ ذلك ممّا كان يطوي بساط الشبهة على ما بين المناظرين فيه ويعين على التدرّب في استعماله.

إجمال القول في إخراج المجهول واحتمال القسيّ صنوف الحالات عند الإضافات

ومن تصوّر هذا الشكل ومن قطاعي **ادزب كـ حبا** رجوع القول فيه إلى تناسب جيوب القسيّ مع جيوب ميولها استغنى بقليل تفكّر عن التطويل الذي طوّلنا.

فلنقطع هذين القطاعين بأربع قطع وهي **اده زدجـ ب ح ط كـ ح جـ**، وظاهر أنّ الحروف المكرّرة فيها متى وضعها الواضع على مثلها التأم القطاعان وعادا كما كانا. وظاهر أيضًا ممّا تبيّن أنّه متى كانت **بجـ ه د ب ه جـ د اجـ ح ط اط جـ ح** ميولاً كانت قسيّها **اب اه زب زجـ با ب ط كـا كـ جـ**، ومتى كانت تلك الميول عروضًا كانت قسيّها **اجـ اد زه زد بجـ ب ح كـ ط كـ ح**.

فالقوس الواحدة تكون ميلاً لقوس ما وتكون بعينها عرضًا لقوس أخرى في وضع واحد من أوضاع الدائرتين المتقاطعتين على أقلّ من زاوية قائمة، وهي بعينها في وضع آخر تمام قوس ميلها مساوٍ لتمام قوس الأولى إذا احتُسبت ميلاً.

مثال ذلك أنّ **ب ج** عرض قوس **ا ج** وميل قوس **ا ب** في الوضع الذي فيه زاوية التقاطع **ا** وهي – أعني **ب ج** – تمام **ب ز** الذي هو قوس ميل **ب ه** في الوضع الذي فيه زاوية التقاطع **ز**، و**ب ه** هو تمام قوس **ا ب** الذي ميله **ب ج**. ويلزم في **ب ه** ما لزم في **ب ج** أيضًا سواء كان ميلاً أو كان عرضًا.

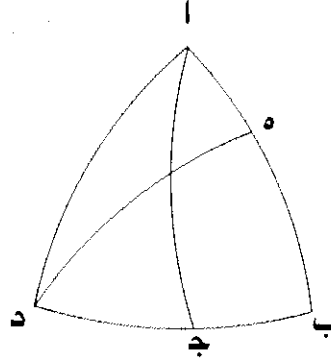
وكذلك قوس العرض تصير ميلاً لقوس عرضه إذا احتُسبت ميلاً وتصير أيضًا عرضًا لعرضه إذا احتُسبت هذه[21] قوس عرضه.

مثاله أنّ **ا ج** قوس عرض (١٧٣ و) **ج ب** وهو ميل لقوس **ب ا** في الوضع الذي فيه زاوية التقاطع **ب**، وكذلك **ا ج** عرض لقوس **ب ج** في ذلك الوضع.

والأمر في هذه القطع الأربع سواء، وتصوُّره فيما عند الالتئام والاتّصال يُظهِر جميع ما يُحتاج إليه ويصير معلومًا بالشرائط المتقدّمة، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٢١) ب ه.

تصير المجهولات معلومة في الأقسام التي أخّرنا ذكرها وهي الأوّل والثالث والعاشر

أمّا في القسم الأوّل والثالث فلن نتفع بمعلومين فقط في استخراج مجهولات دون ثالث معها. فليكن مثلث **ا ب د** حادّ الزوايا للقسم الأوّل ومنفرجها في القسم التالي، وينبغي أن يكون فيه زاويتان وضلع أو ضلعان وزاوية معلومة.

وليكن أوّلاً زاويتا **ا ب** وضلع **ا ب** معلومة. فنخرج **ا جـ** قائمة على **ب د** فيكون في مثلث **ا ب جـ** القائم[1] زاوية **جـ** ضلع **ا ب** وزاوية **ب** معلومين[2] فعلى ما تقدّم في الباب العاشر يكون مثلث **ا ب جـ** بكليّته معلومًا وإذا عُلمت زاوية **ب ا جـ** بقيت زاوية **جـ ا د** معلومة وصار في مثلث **ا جـ د** القائم زاوية **جـ** زاوية **جـ ا د** وضلع **ا جـ** معلومين فعلى ما يقتضيه الباب التاسع يكون مثلث **ا جـ د** معلومًا ويصير بذلك أضلاع مثلث **ا ب د** وزواياه معلومة.

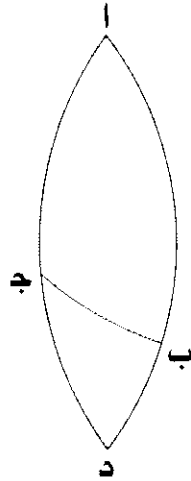
فإذا كان أحد ضلعي **ب د ا د**، وليكن **ب د**، مع زاويتي **ا ب** معلومًا، كانت نسبة جيب زاوية **ا** إلى جيب زاوية **ب** كنسبة جيب **ب د** إلى جيب **ا د** فيكون ضلعا **ب د ا د** معلومين ونحتاج حينئذٍ إلى معرفة **ا ب** وزاوية **د** المقابلة. فنخرج قوس **د ه** قائمًا على **ا ب**، فيصير في مثلث **ب ه د** القائم زاوية **ه** زاوية **ب** وضلع **ب د** معلومين ويكون المثلث كله معلومًا على ما يوجبه الباب السابع أو العاشر، وكذلك في مثلث **ا ه د** القائم زاوية **ه** يكون ضلع **ا د** وزاوية **ا** معلومين فيكون مثلث **ا ه د** معلومًا على موجب ذينك البابين.

(١) القائمة.

(٢) معلومان.

ثم لتكن إحدى زاويتي اب وضلعا اد دب معلومة ، ولنخرج قوس ده قائمًا على اب . فيكون في مثلث به د زاوية ب وضلع ب د معلومين ، فالمثلث معلوم كما تقدّم ويصير في مثلث اه د ضلعا اد ده معلومين ، فيكون المثلث كله معلومًا على ما فيه من الباب الرابع عشر ، ويصير أضلاع مثلث اب د وزواياه كلها معلومة .

فإن كان ضلعا اد دب < و > إحدى زاويتي ب ا معلومة ، فإنّ نسبة جيب ب د إلى جيب دا تكون كنسبة جيب زاوية ا إلى جيب زاوية ب ، فزاويتا اب معلومتان وبقي أن نعلم ضلع اب وزاوية د المقابلة له . فنخرج قوس ده قائمًا على اب ، فيكون مثلث به د معلومًا لأنّ فيه زاوية ب وضلع ب د معلومان(٣) . وكذلك يكون مثلث اه د معلومًا لأنّ فيه زاوية ا وضلعي(٤) اد ده معلومة ، فمثلثا هذين القسمين إذن معلومان بثلاثة من المعلومات فيهما .

أما القسم العاشر فليكن له مثلث اب جـ منفرج زاوية جـ وقائم زاوية ب وحادّ زاوية ا ، وضرورةً يكون اب أعظم من الربع . ونتمّ كل واحد من اجـ د اب د نصف دائرة ، فتكون زاوية د مساوية لزاوية ا الحادّة وزاوية ب جـ د حادّة لأنّ زاوية ب جـ ا(٥) منفرجة وزاوية ب قائمة ، فيؤول الأمر في مثلث ب د جـ إلى مقتضى القسم الرابع الذي طوّلنا في استخراج القرانات الخمسة عشر له . وإذا علم مثلث ب د جـ ، صار له مثلث اب جـ معلومًا لأنّ اب تمام ب د إلى نصف الدائرة وا جـ تمام د جـ إلى نصف الدائرة أيضًا وب جـ مشترك لكليهما .

وهذا تمام ما كنّا فيه وفيما هو أقل منه كفاية .
فلنعد الآن إلى ما هو الغرض المقصود .

(٣) معلومين .
(٤) ضلعا .
(٥) ب ا جـ .

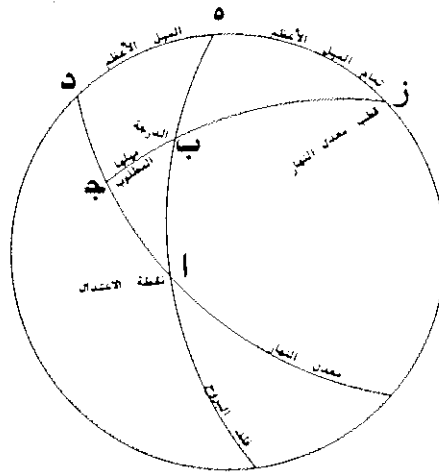
5. 4e cas: sont donnés deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux. La résolution s'opère en abaissant la hauteur au troisième côté. Une autre méthode est ajoutée à celle-ci dans le *Traité* (Ṭūsī, *Traité*, texte pp. 148-9, trad. pp. 193-4, cas II).

6. Cf. p. 164, premier paragraphe et n. 8. Dans ce qui suit, la dixième classe est associée à la quatrième. Il est à remarquer que, dans les décompositions précédentes, les triangles rectangles pouvaient appartenir à la dixième classe. L'ordre suivi n'est donc pas tout à fait logique.

كيفيّة استعمال ما ذكرناه من الشكل المغني وتوابعه في تعرّف مقادير القسيّ الفلكيّة بعضها من بعض

وإذ قد أتيت على جميع ما أردت أن أحكيه عنهم ، وإن تكرّر بعضها ، وتبيّن مقتضى هذا الشكل مع ما لا يُخفى حدوثه فيه من تنوّع (١٧٣ ظ) النسب في المقادير المعطاة[1] لها عند الخلاف والعكس والإبدال إذا اختلفت المعلومات منها ، فيجب أن أذكر كيفيّة استعماله في تعرّف بعض هيئات الفلك ، ذِكْرَ إشارة لا استقصاء ، فإنّ ذلك يكفي بعد ما قدّمناه من التطويل.

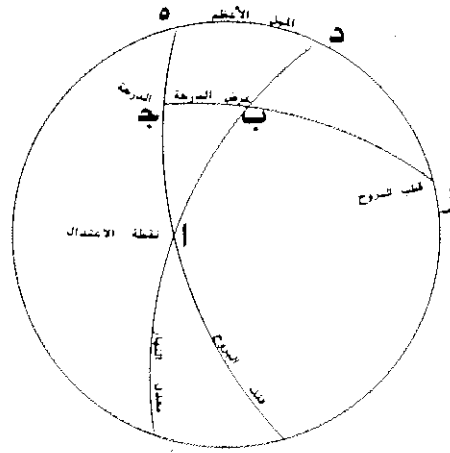
معرفة ميل أيّ درجة شئنا من فلك البروج عن معدّل النهار.

ليكن **اد** ربع دائرة معدل النهار و**اه** ربع دائرة فلك البروج ونقطة **ب** الدرجة المفروض بعدها ، وهو **اب** ، عن نقطة الاعتدال وهي **ا** ، ونقطة **ز** قطب معدل النهار. فيكون **بجـ** ميل نقطة **ب** ، وفي مثلث **ابجـ** القائم الزاوية ضلع **اب** وزاوية **ا** التي هي بمقدار **هد** الميل الأعظم معلومان ، فـ**بجـ** معلوم ممّا تبيّن أنّ نسبة جيب **اب** المعلوم إلى جيب **بجـ** المجهول كنسبة جيب **اه** الجيب كله إلى جيب **هد** المعلوم. فمتى ضربنا جيب **اب** ، وهو بعد الدرجة من نقطة الاعتدال ، في جيب **هد** وهو الميل الأعظم ، وقسمنا المجتمع على جيب **اه** الجيب كله ، خرج جيب **بجـ** وهو ميل الدرجة المطلوب[2].

وهذا بلوازم الشكل القطاع والنسبة المؤلّفة قد تبيّن في النوع الثالث عشر من المقالة الأولى من «المجسطي» ، وعكس هذا قريب ومستغنى عنه.

(١) المعطه.
(٢) المطلوبة.

معرفة عرض أيّة درجة شئنا

ولنُعِد له قطاع اهزب على أن يكون اه من فلك البروج واد من معدل النهار وجـ الدرجة المفروضة وبجـ عرضها عن معدل النهار ونقطة ز قطب فلك البروج . في مثلث ابجـ القائم الزاوية ضلع اجـ وزاوية ا معلومان . فنسبة جيب اجـ إلىٰ جيب اه كنسبة ظل جـب إلى ظل هد فمتى ضربنا جيب اجـ في ظل هد وقسمنا المجتمع على جيب اه خرج ظل بجـ.

وأيضًا فإنّ نسبة جيب هجـ إلى جيب تمام زاوية ب كنسبة جيب اه إلى جيب هد ونسبة جيب بز إلى جيب ز د كنسبة جيب زاوية د الذي هو الجيب كله إلى جيب زاوية ب ، فإذا ضربنا جيب هجـ في جيب هد وقسمنا المجتمع على جيب اه خرج جيب تمام زاوية ب وإذا ضربنا جيب ز د في الجيب كله وقسمنا المبلغ على جيب زاوية ب خرج جيب بز الذي هو تمام عرض الدرجة المفروضة عن معدل النهار.

des *Ombres*, des constructions sont faites pour déduire les deux étapes de ce calcul de la règle des quatre quantités. Si ce calcul est repris dans le traité des *Ombres*, c'est évidemment pour l'opposer au précédent et souligner l'intérêt de l'emploi des tangentes (Bīr., *Ẓilāl*, 199:12-200:11). Dans le *Qānūn*, où β_ϵ' est tabulé (n. 3, p. 196), nous retrouvons les deux procédés, obtenus par la règle des quatre quantités et la règle des tangentes (Bīr., *Qānūn*, pp. 371-2, tables, pp. 373-7. Schoy, *trig. Lehren*, p. 66).

معرفة مطالع أيّة درجة شئنا في الفلك المستقيم

هذا الباب ممّا ذكره بطلميوس في النوع **يب** من المقالة الأولى من كتاب «المجسطي».

ولنعد له قطاع **ادزب** على الوضع الذي ذكره، كان عليه في معرفة الميل، فيكون **اجـ** مطالع قوس **اب** في الفلك المستقيم. فظاهر أنّ نسبة جيب **اجـ** إلى جيب **اد** كنسبة ظل **بجـ** إلى ظل **هد**، فإذن متى ضربنا ظل **بجـ** في جيب **اد** وقسمنا المجتمع على ظل **هد** خرج جيب **اجـ**.

وأيضًا فإنّ نسبة جيب **اجـ** إلى جيب **اب** كنسبة جيب **هز** إلى جيب **زب**، فإذا ضربنا جيب **اب** في جيب **هز** وقسمنا المبلغ على جيب **بز** خرج جيب **اجـ**.

وأيضًا فإنّ نسبة جيب **زب** إلى جيب **به** كنسبة جيب **زجـ** إلى جيب **جـد**، فإذا ضربنا جيب **به** في جيب **زجـ** وقسمنا المبلغ على جيب **زب** خرج جيب **جـد** الذي هو تمام المطالع المطلوبة لدرجة **ب** المفروضة.

plus haut, p. 51), la formule plus intéressante: tg $\alpha_\odot$ = tg $\lambda_\odot$. cos ε (Bīr., *Qānūn*, pp. 377-90, dont une table par degrés et avec quatre places). Cette dernière n'est pas dans le traité sur les *Ombres* où se rencontre seulement, incidemment, (A2) (Bīr., *Ẓilāl* 132:6-8). Pour le calcul de $\alpha_\odot$, Abū al-Wafāʾ propose encore trois autres méthodes, en plus des quatre formules que nous venons de voir (A. l-Wafāʾ, *Alm.*, 23r: 1-24v:19).

معرفة سعة مشرق أيّة درجة شئنا

وليكن لذلك في قطاع ادزب ها ربع أفق المسكن المفروض واد ربع معدل النهار وز قطبه وب مطلع درجة من فلك البروج معلومة ، فاب سعة مشرقها . ومن الظاهر ممّا تقدّم أنّ نسبة جيب اب إلى (١٧٤ و) جيب بجـ كنسبة جيب ها إلى جيب هد ، فإن ضربنا جيب بجـ وهو ميل الدرجة في جيب ها الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب هد ، وهو تمام عرض المسكن الذي أفقه ها ، خرج جيب اب المطلوب .

فأمّا بطلميوس فقد قصد لاستخراجه في النوع الثاني من المقالة الثانية من قبل مقدار النهار المفروض للدرجة ومن ميلها ، ومعلوم في هذه الصورة أنّ اجـ هو فضل ما بين نصف النهار المعتدل ونصف نهار الدرجة التي سعة مشرقها اب في أفق ها . ونسبة جيب اجـ إلى جيب اب كنسبة جيب هز ، وهو عرض المسكن ، إلى جيب ز ب وهو تمام ميل الدرجة . فمتى ضربنا جيب اجـ في جيب ز ب وقسمنا المجتمع على جيب هز خرج جيب اب .

وأيضًا فإنّ نسبة جيب اب إلى جيب بجـ كنسبة جيب ها إلى جيب هد . فإن ضربنا جيب بجـ في جيب ها وقسمنا المبلغ على جيب هد خرج جيب اب وذلك ما أردنا أن نبيّن .

(١) تمامها.

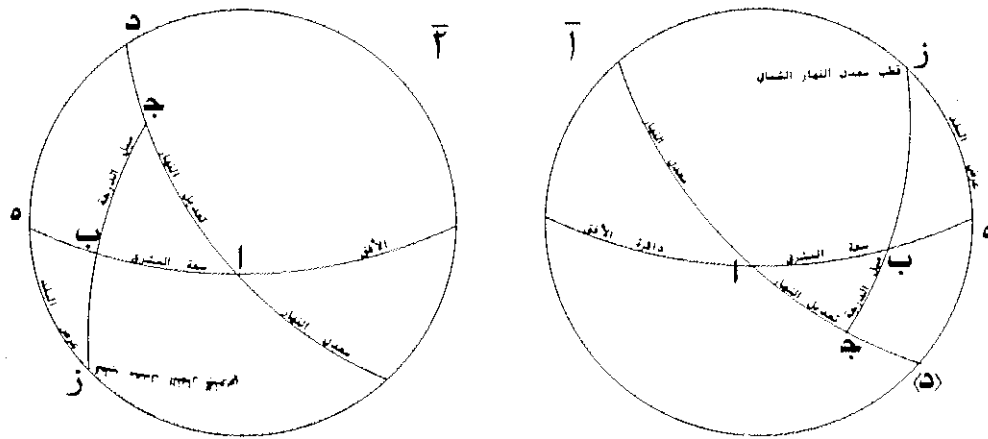
4. Pour cette formule, Sin a $= \frac{\text{Sin d . Cos } \delta}{\text{Sin } \varphi}$ (S1), voir la n. 2 p. suiv. Nous faisons ici deux remarques: 1° la relation n'est pas dans l'*Almageste*, où elle ne conviendrait pas, car elle contient φ (n. 3 ci-dessus); 2° dans le contexte de *Maqālīd*, elle présente peu d'intérêt pour le calcul de a puisque d est obtenu en fonction de φ et δ par l'intermédiaire de a (p. suiv., n. 1)!

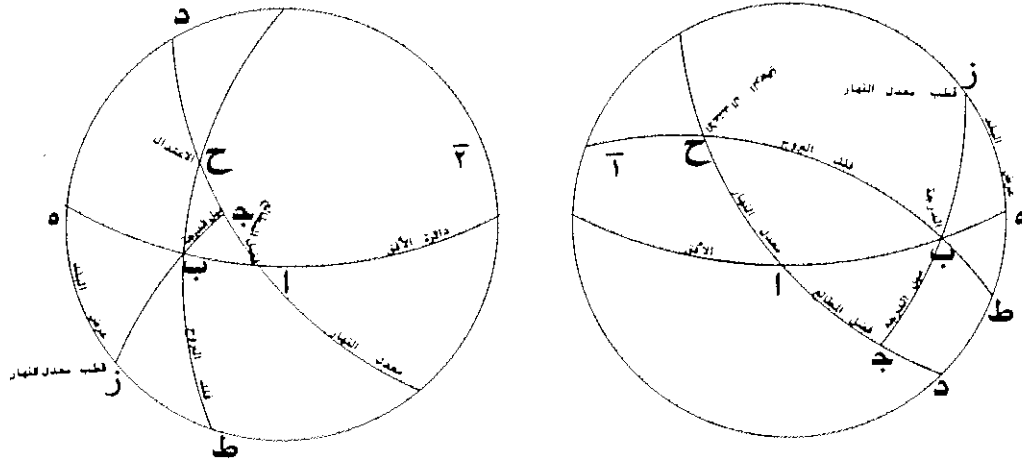
5. (A6) est répétée par erreur. Vraisemblablement, il devait s'agir de la formule (A3), Cos a $= \frac{\text{Cos d . Cos } \delta}{\text{R}}$, qui est celle de l'*Almageste* et que nous allons retrouver pour la détermination de d (p. suiv., n. 3).

معرفة تعديل نهار أيّ درجة شئنا

ولْنُعد له قطاع ادزب على الوضع المتقدّم في معرفة سعة المشرق ، فيكون اجـ تعديل النهار ومعرفته متأخّرة عن سعة المشرق ، ونسبة جيب اجـ إلى جيب اب كنسبة جيب ەز إلى جيب زب. فمتى ضربنا جيب اب الذي هو سعة المشرق في جيب ەز الذي هو عرض المسكن وقسمنا المجتمع على جيب زب الذي هو تمام ميل الدرجة ، خرج جيب اجـ.

وأيضًا فإنّ نسبة جيب زب إلى جيب بە كنسبة جيب زجـ إلى جيب جـد. فإذا ضربنا جيب بە في جيب زجـ وقسمنا المجتمع على جيب زب ، خرج جيب جـد الذي هو تمام تعديل النهار وهو نصف زيادة النهار على النهار المعتدل كما هو في الصورة الأولى ونصف نقصانه من النهار المعتدل كما هو في الصورة الثانية.

وقد أبان بطلميوس عن هذا في النوع السابع من المقالة الثانية.

معرفة مطالع أيّة درجة شئنا في أيّ عرض أردنا

ونعيد له القطاع المتقدّم، وليكن منه ح ب ط قطعة من فلك البروج و ح نقطة الاعتدال و ح ب القوس التي نريد مطالعها في أفق اه. ومن البيّن أنّ جـ ح مطالعها في الفلك المستقيم و ح ا مطالعها المطلوبة في أفق اه و اجـ فضل ما بينهما وهو تعديل النهار وقد تقدّم استخراجه. فمتى حصّلناه ونقصناه من جـ ح[1] إذا كان ميل الدرجة ب شماليًّا كما تقتضيه الصورة الأولى وزدناه على جـ ح[2] كما توجبه الصورة الثانية، حصل مطالع ح ا من أقرب نقطتي الاعتدال إليه في أفق المسكن المقصود، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) جا وفي الحاشية حا.
(٢) جا.

معرفة عرض البلد وتعديل النهار وسعة المشرق بعضها من بعض

وهذا الباب ممّا قصده بطلميوس في النوع الثالث من المقالة الثانية. وقد تقدّم استخراج كل واحد من تعديل النهار وسعة المشرق من قبل عرض البلد.

فأمّا معرفة عرض البلد من سعة المشرق لدرجة مفروضة، فلأنّ نسبة جيب **اب** إلى جيب **بجـ** كنسبة جيب **اه** إلى جيب **هد**، فإذا ضربنا جيب **بجـ** وهو ميل الدرجة في جيب **اه** الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب **اب** وهو سعة المشرق، خرج جيب **هد** وهو تمام عرض البلد المطلوب.

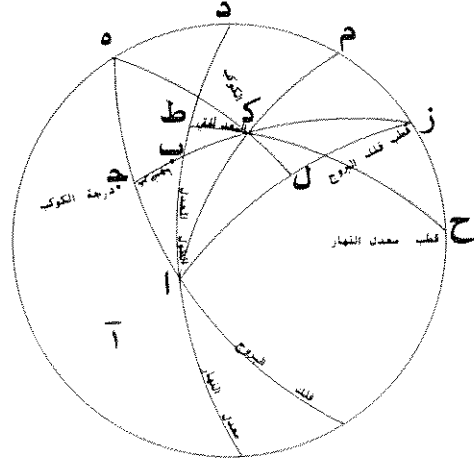
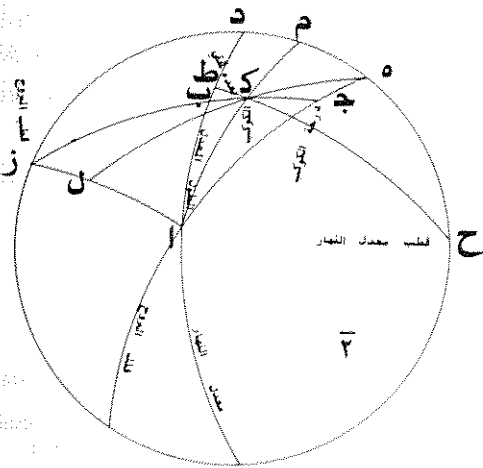
وإذا كان تعديل النهار معلومًا لدرجة معلومة الميل، فإنّ عرض البلد يكون معلومًا لأنّ نسبة جيب **زب** إلى جيب **به** كنسبة (١٧٤ ظ) جيب **زجـ** إلى جيب **جـد**. فمتى ضربنا جيب **زب** وهو تمام ميل الدرجة في جيب **جـد** وهو تمام تعديل النهار وقسمنا المجتمع على جيب **زجـ** الجيب كله، خرج جيب **به**. وظاهر أنّ نسبة جيب **اب** إلى جيب **بجـ** كنسبة جيب **اه** إلى جيب **هد**. فإذا ضربنا جيب **بجـ** الذي هو ميل الدرجة في جيب **اه** الجيب كلّه وقسمنا المجتمع على جيب **اب** الذي هو تمام **هب**، خرج < جيب > **هد** وهو تمام عرض البلد.

وهنالك استبان استخراج سعة المشرق من تعديل النهار وميل الدرجة.

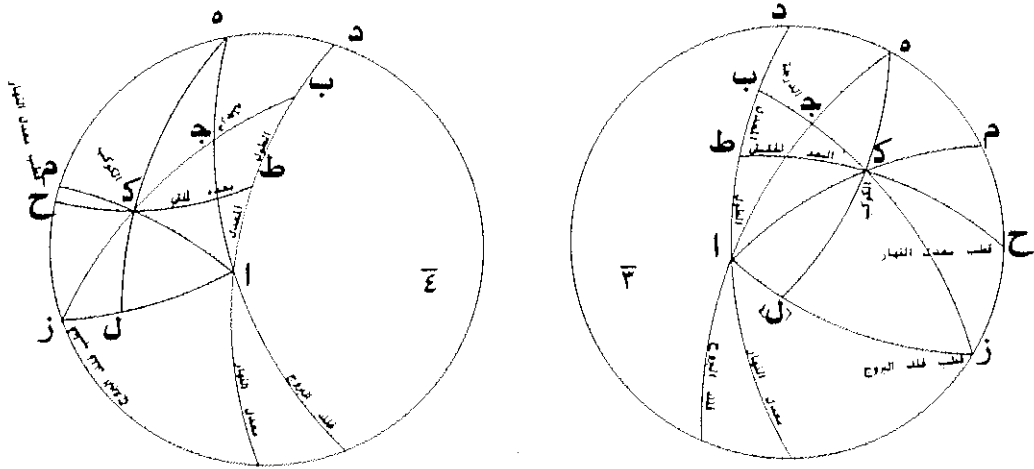
وذلك ما أردنا أن نبيّن.

معرفة بعد الكوكب عن معدل النهار

أمّا هذا البعد فهو من دائرة تمرّ على قطبي معدل النهار وعلى جرم الكوكب ويسمّى ميل مجراه. فإن كان الكوكب على منطقة فلك البروج فهو ميل درجته، وإن كان متنحيًّا عنه، فليكن له ه ا ربع فلك البروج وقطبه ز و ا د ربع معدل النهار وقطبه ح ونفرض الكوكب على نقطة ك ونخرج ز ك ب جـ ح ك ط فيكون ك ط بعده عن معدل النهار و جـ درجته و ب جـ عرضها وهو معلوم على ما تقدّم.

وأيضًا في مثلث ا ب جـ القائم زاوية جـ ضلع ا جـ وزاوية ا معلومان. يكون أضلاع هذا المثلث معلومة على ما يقتضيه الباب التاسع لأنّ زاوية ا، لمّا كان الميل الأعظم وكان ا جـ، إذا احتُسبت به من معدل النهار، مطالع قوس ا ب في الفلك المستقيم، فإنا، إذا أخذنا ا جـ وهو بعد درجة الكوكب من نقطة الاعتدال وأدخلناه في جدول مطالع فلك المستقيم وأخذنا ما بإزائه[1] من درج السواء، كان ذلك قوس ا ب ويسمّى[2] الطول المعدل[3]، فإذا استخرجنا لقوس ا ب ميلها كان ب جـ.

و ك جـ عرض الكوكب، فـ ك ب معلوم، وليُسمَّ بعده الأوّل. ونسبة جيب ب ك الذي هو فضل ما بين عرض الكوكب وعرض درجته في الصورة الأولى والثانية وهو مجموعها في الصورة الثالثة والرابعة إلى جيب ك ط الذي هو بعد الكوكب عن معدل النهار كنسبة (١٧٥ و) جيب ب ز وهو تمام عرض الدرجة إلى جيب ز د وهو تمام الميل الأعظم. فمتى ضربنا جيب البعد الأوّل وهو ك ب في جيب تمام الميل الأعظم وهو ز د وقسمنا

(١) بازئها.
(٢) وسم.
(٣) في الشكل الثاني كان «الطول المعدل» مكتوبًا على القوس ا ك.

المجتمع على جيب تمام عرض درجة الكوكب وهو ب ز ، خرج جيب كـ ط وهو بعده الحقّي[٤] عن معدل النهار.

وإنّما يسمّى حقيًّا[٤] لأنّ كثيرًا من أهل فارس والهند جمعوا عرض الكوكب وميل درجته عند اتّفاق جهتيهما ونقصوا الأقل من الأكبر منهما عند اختلاف جهتيهما ، وأقاموا الحاصل من ذلك مقام هذا البعد المطلوب . وليس ذلك كذلك فإنّ الذي تحصّل لهم هو من دائرتين مختلفتين ، ويكون أبدًا أعظم من بعده الحقيقي .

وقد تعرّض هذا البعد الحقيقي بطلميوس في النوع الخامس من المقالة الثامنة من «المجسطي» .

(٤) وردت هكذا في الاصل ، والجدير بالذكر أن البتاني يكتبها هكذا احيانًا (راجع Batt./Nall. م. ٢ ص ٣٢٤) .

طريق آخر في استخراج بعد الكوكب عن معدل النهار، مستغنٍ عن معرفة الطول المعدل

ولنخرج له ربعي **ه كـ ل ا كـ م**[٥]، ومن البيّن أنّ نسبة جيب **زكـ** إلى جيب **كـ م** كنسبة جيب **ز جـ** إلى جيب **جـ ه**. فإذا ضربنا جيب **زكـ** وهو تمام عرض الكوكب في جيب **جـ ه** وهو تمام بعد درجة الكوكب من الاعتدال وقسمنا المجتمع على جيب **ز جـ** الجيب كله، خرج جيب **كـ م**.

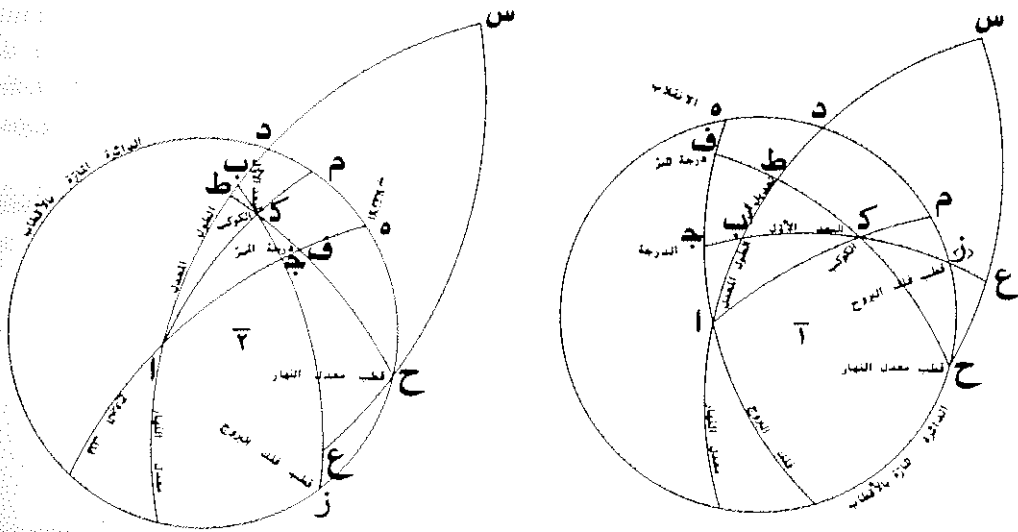
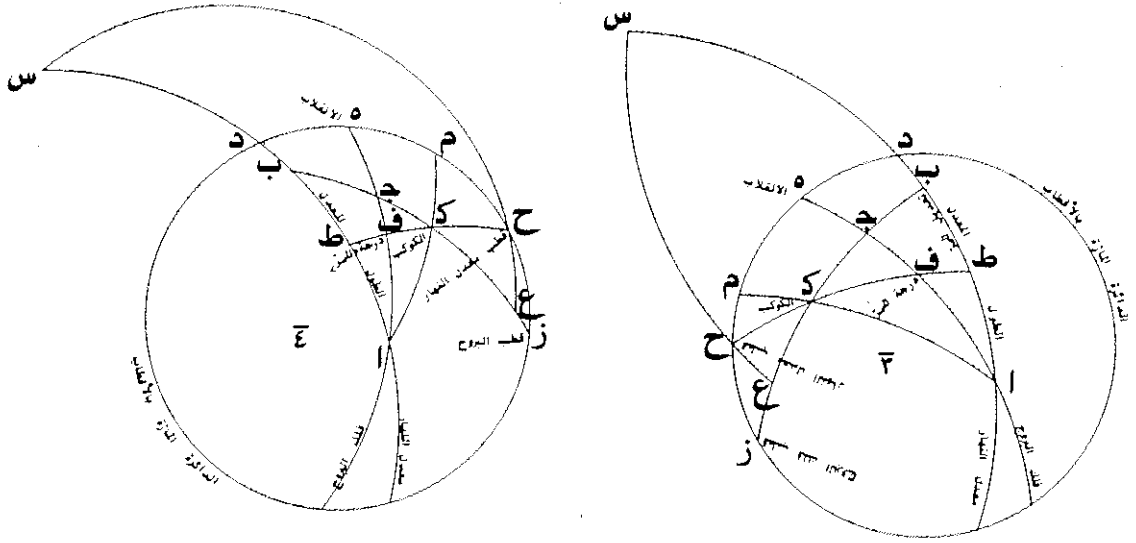
ونسبة جيب **م ز** إلى جيب **ز كـ** كنسبة جيب **جـ ا** إلى جيب **ا كـ** الذي هو تمام **كـ م**. فإذا ضربنا جيب **زكـ** في جيب **جـ ا** وقسمنا المجتمع على جيب **ا كـ**، خرج جيب **م ز**.

ونسبة جيب **ا كـ** إلى جيب **كـ ط** كنسبة جيب **ا م** إلى جيب **م د** الذي هو الميل الأعظم مضافًا إليه[٦] أو منقوصًا منه **م ه** الذي هو تمام **م ز**. فمتى ضربنا جيب **ا كـ** في جيب **م د** وقسمنا المبلغ على جيب **ا م** الجيب كله، خرج جيب **كـ ط** الذي هو بعد الكوكب عن معدل النهار. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٥) اكن.
(٦) إليها.

معرفة الدرجة التي تمرّ مع الكوكب ذي العرض في فلك نصف النهار

نعيد له القطاع المقدّم لمعرفة ميل مجرى الكوكب ونخرج ح كـ ط إلى نقطة ف من فلك البروج ، فتكون تلك الدرجة <درجة> ممرّه، و ط ب فضل ما بين مطالع درجة الممرّ في الفلك المستقيم وبين الطول المعدل ونسمّي هذا الفضل تعديل الممرّ . ثم نخرج ب ط على استدارته حتّى نتمّ ب ط س ربع دائرة وندير على قطب ب وببعد ضلع المربّع ربع دائرة ح س ونخرج إليه ب ز إلى ع ، فيكون قطاع ب س ح كـ من أرباع دوائر عظام.

وفيه[١] نسبة جيب ح كـ الذي هو تمام ميل مجرى الكوكب إلى جيب كـ ع الذي هو تمام كـ ب المسمّى البعد الأوّل[٢] كنسبة جيب زاوية ح ع كـ القائمة وهو الجيب كله إلى جيب زاوية ع ح كـ وهي بمقدار س ط الذي هو تمام تعديل الممرّ . فإذن متى ضربنا جيب كـ ع في الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب ح كـ ، خرج جيب س ط . فإذا زدنا تمامه على الطول المعدل أو نقصناه منه على حسب ما تقتضيه الصورة ، اجتمع مطالع الدرجة التي تتوسّط السماء مع الكوكب في الفلك المستقيم فإذا قوّسناها في جدولها خرج درجة الممرّ من فلك البروج.

(١) وفيه.
(٢) في الأصل في الشكل الأول كان كـ ب مسمّىً «البعد المعدل».

طريق آخر في استخراج درجة الممرّ

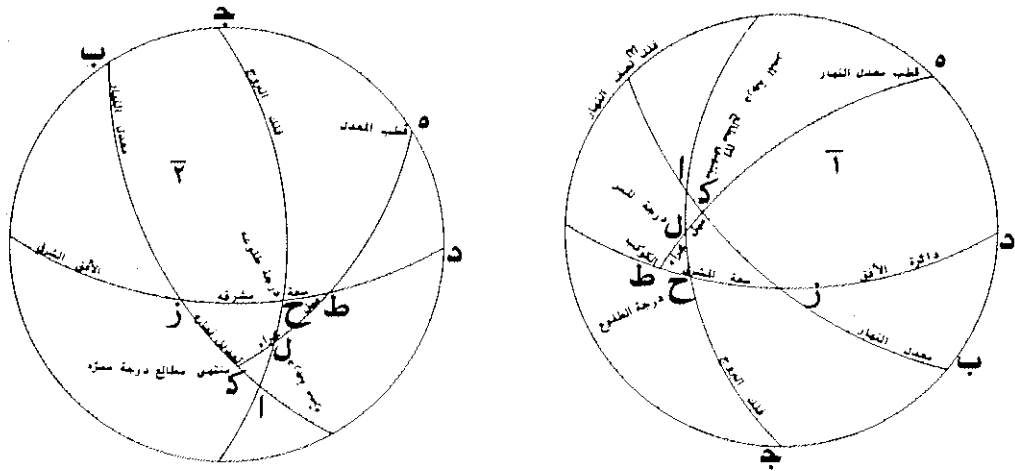
ولنخرج له ربع ا ك م. ومن البيّن أنّ نسبة جيب ح ك إلى جيب ك م الذي حصل لنا معرفته في باب بعد الكوكب عن معدل النهار كنسبة جيب ح ط إلى جيب ط د الذي هو فضل ما بين مطالع المنقلب ومطالع درجة الممرّ. فدرجة الممرّ لذلك تصير معلومة لأنّا إذا ضربنا جيب ك م في الجيب كله وقسمنا المجتمع من ذلك على جيب ح ك وهو تمام بعد الكوكب عن معدل النهار، خرج <جيب> فضل ما بين المطالعين[٣] المذكورين، ولأنّ مطالع المنقلب في الفلك المستقيم معلومة، فإنّ مطالع درجة الممرّ تصير معلومة فحصول فضل ما بينهما معلوم.

وقد أورد هذا الباب بطلميوس في النوع الخامس من المقالة الثامنة من «كتاب المجسطي».

(٣) لقد أشار نالينو إلى نحت المثنّى على جمع «المطالع» وهذا يبدو لنا وجيهًا (راجع Batt./Nall., tome 2, pp. 342-3) وكذلك الأمر في ما يتعلّق بكلمة «المغارب» (راجع ص 271).

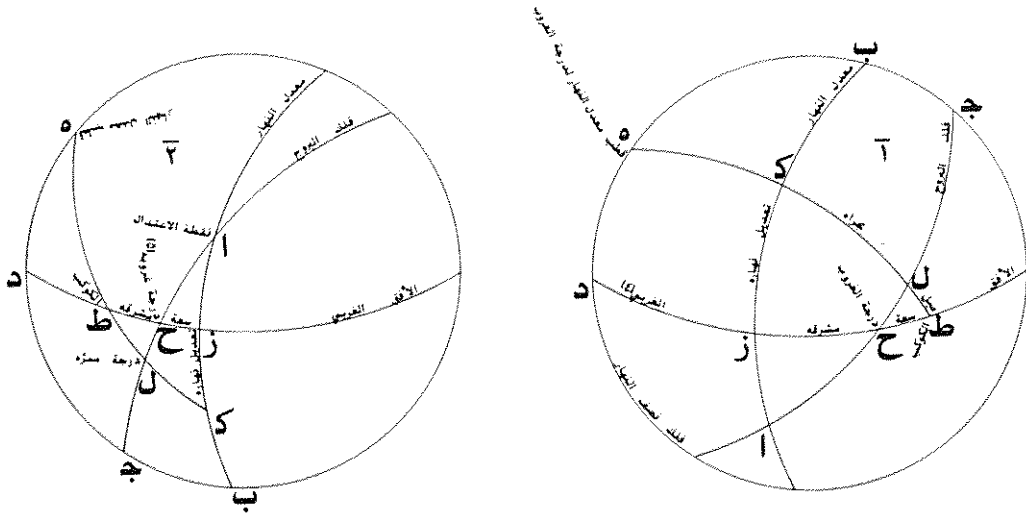
(١٧٥ ظ) معرفة الدرجة التي تطلع مع طلوع الكوكب والتي تغرب مع غروبه في أي عرض شئنا

وقد بينّا أنّ ميل الدرجة إذا كان معلومًا فإنّ سعة مشرقها في بلد مفروض وتعديل نهارها يكونان معلومين، وكذلك إذا كان ميل مجرى الكوكب معلومًا فإنّهما يكونان له فيه معلومين. فليكن **اجـ** من فلك البروج و **اب** من معدل النهار وقطبه **ه** و**جـد** من فلك نصف النهار و**د ح** من الأفق، وقد طلع منه كوكب **ط**. فظاهر أنّ درجة طلوعه هي ح ومنتهى مطالعها في البلد نقطة ز. ونجيز من قطب **ه** على جرم الكوكب دائرة **ه ط ك ل** فتكون **ل** درجة ممرّه و**ك** منتهى مطالعها في الفلك المستقيم و**ط ك** ميل مجراه و**ز ك** تعديل نهاره، **فـ ط ز** سعة مشرقه، وليس بين استخراجها للكوكب ذي العرض وبين استخراج أمثالها لدرج البروج كما تقدّم خلاف يوجب إفراد القول له، فلذلك أحلنا هذه على ما ذكرناه[1].

ونقول إنّ من البيّن أنّا متى زدنا تعديل نهار الكوكب على مطالع درجة ممرّه في الفلك المستقيم كما توجبه الصورة الأولى أو نقصناه منها كمقتضى الصورة الثانية، انتهيا إلى نقطة ز التي هي[2] منتهى مطالع درجة طلوعه في المسكن الذي أفقه **دزح**، فإذا قوّسناها في مطالع البلد خرج نقطة ح وهي درجة طلوعه.

(١) هكذا في الأصل ويبدو من هذه الجملة ولاسيّما من «الفاء» (قبل ط ز) والضمائر «ها» (استخراجها، أمثالها) واسم الإشارة «هذه» أنّ المقصود هو حساب سعة المشرق، وفي الحقيقة حساب سعة المشرق إنّما يمثل المرحلة الأولى من حساب تعديل النهار وهو المطلوب هنا.

(٢) هو.

(٣) في الأصل «قطب» وكانت العبارة مكتوبة عند نقطة تقاطع فلك نصف النهار مع معدل النهار.

(٤) مسـمم. أمّا العبارة فكانت مكتوبة على فلك البروج انطلاقًا من النقطة ل، وأمّا النقطة ا فكانت عند تقاطع فلك البروج مع فلك نصف النهار.

وأمّا لدرجة الغروب فلنقلب هاتين الصورتين حتّى يصير **دز** النصف الغربي من (١٧٦ و) الأفق وتكون **ح** الدرجة التي تغرب مع كوكب **ط**[٧] . ومن البيّن أنّا متى نقصنا ، في الصورة الأولى ، تعديل نهاره من مطالع درجة ممّره ، نعني نقطة **كـ** ، وزدناه عليها في الصورة الثانية ، انتهينا[٨] إلى نقطة **ز** وهي منتهى مغارب درجة **ح** في البلد ، وقد كنّا زدنا تعديل النهار لدرجة الطلوع في الصورة الأولى ونقصناه من الثانية .

لكنّ مغارب البروج مساوية لمطالع نظائرها في جميع البلاد . فإذن متى زدنا على مطالع درجة الممرّ ، ومنتهاها نقطة **كـ** ، نصف قوس نهار الكوكب ، وهو **كـب** ، مع ربع دائرة ، أعني نظير ربع **ب ز** ، انتهينا[٨] إلى نظير نقطة **ز** من جهة المشرق ، وهي تكون منتهى مطالع الدرجة التي تطلع وقت غروب كوكب **ط** في البلد . فإذا قوّسناها ، خرج لنا نظير درجة الغروب .

وذلك ما بيّنه بطلميوس في النوع الخامس من المقالة الثامنة .

(٥) الشرقي .

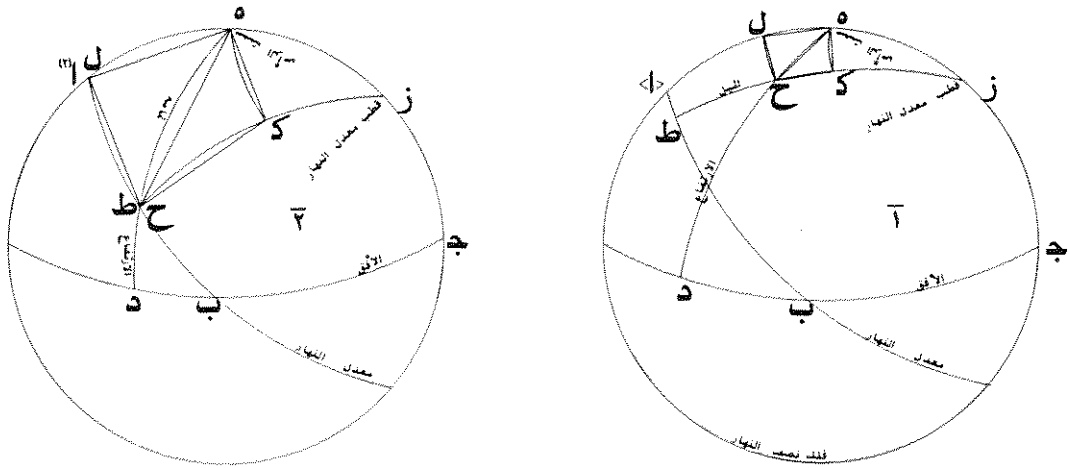
(٦) في الأصل كان ذلك منسوبًا خطأً إلى النقطة **ط** .

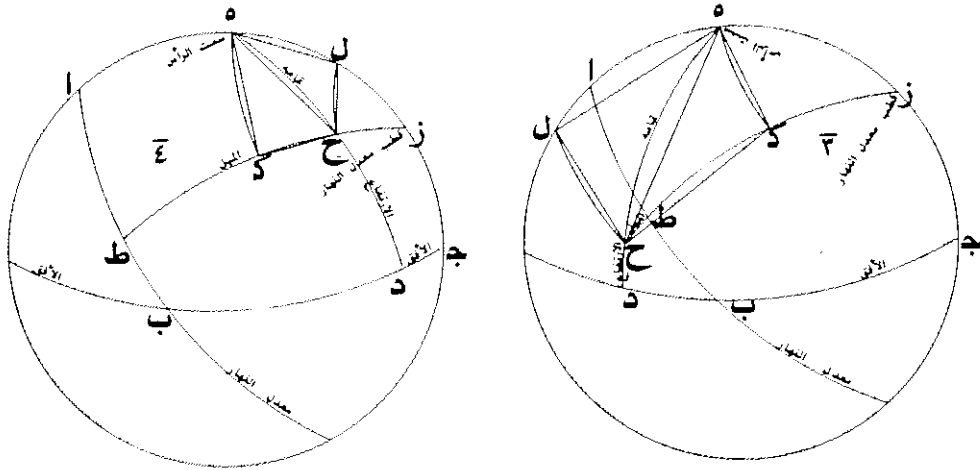
(٧) لمّا كان من المفروض أن نحتفظ بنفس التوضّع الوارد في الصورتين السابقتين ، فقد غيّرنا قليلاً الصورة الأولى بنقل النقطة **ط** من بين النقطتين **ح ز** إلى ما بعد النقطة **ح** ، وهكذا يكون بعد الكوكب عن معدل النهار أكبر من بعد درجة ممّره عنه كما كان الحال في الصورة الأولى الخاصة بدرجة طلوع الكوكب .

(٨) انيها .

معرفة ما دار من الفلك من لدن طلوع الشمس أو الكوكب إلى وقت ارتفاع له مفروض في أي عرض شئنا

فليكن **اب** ربع معدل النهار و **اجـ** من فلك نصف النهار و **جـ ب د** من الأفق و **ه** سمت الرأس و **ح** موضع جرم الشمس أو الكوكب المقيس ، و **ح د** ارتفاعه الموجود بالقياس و **ح ه** تمام ارتفاعه ، ولتكن نقطة **ز** قطب معدل النهار . ونخرج **ز ح ط** ، فـ **ح ط** ميل نقطة **ح** عن معدل النهار و **ط ا** ما بقي من أزمنة دورانه إلى موافاته فلك نصف النهار . فندير على قطب **ز** قطعتي مداري **ه ک ح ل** (١٧٦ ظ) ونخرج أوتار **ل ه ح ل ک ح ه ک ه ح** [١] ، فمعلوم أنّها في سطح واحد وتحيط بمربع **ل ه ک ح** دائرة لتساوي ضلعين منه وتوازي الآخرين .

فلمّا تبيّن في المقالة الأولى من « المجسطي » ، مربع **ه ح** وهو وتر تمام الارتفاع مساوٍ لمجموع سطح **ل ه** ، وهو وتر فضل ما بين <ميل> درجة الشمس الشمالي <و> عرض البلد أو مجموع الجنوبي وعرض البلد ، في **ح ک** المساوي له وسطح **ل ح** في **ه ک** ، وكل واحد منهما وتر قطعة شبيهة بقوس **ا ط** . فربع مجموع هذين السطحين مساوٍ لربع مربع **ه ح** أيضًا . وقد تبيّن فيما تقدّم أنّ نسبة جيب **ز ه** إلى جيب **ز ل** كنسبة نصف **ه ک** إلى نصف **ل ح** ، فنسبة سطح جيب **ز ه** في جيب **ز ل** إلى مربع جيب **ز ه** كنسبة سطح نصف **ه ک** في نصف **ل ح** إلى مربع نصف **ه ک** . ونسبة نصف وتر **ه ک** إلى جيب **ه ز** وهو نصف قطر المدار الذي منه **ه ک** كنسبة نصف وتر **ط ا** المطلوب إلى جيب **ا ز** وهو نصف قطر الكرة الذي هو الجيب الأعظم .

(١) أسقط الخط **ه ح** في الأشكال ١ و ٣ و ٤ وإنّما أثبت في الشكل ٢ .

(٢) في الأصل وضعت النقطة ا مع النقطتين ط و ح .

فإذن متى أسقطنا مضروب جيب نصف تمام ارتفاع نصف النهار في نفسه، أعني سطح <نصف> ل ه في نصف ح ك، من مضروب جيب نصف تمام الارتفاع المقيس في نفسه، بقي سطح نصف ه ك في نصف ل ح[٣]، ثم ضربنا هذا الباقي في[٤] مضروب جيب[٥] تمام عرض البلد في نفسه وقسمنا المجتمع (١٧٧ و) على مضروب جيب تمام عرض البلد في جيب تمام ميل درجة الشمس، خرج مضروب نصف ه ك في نفسه وهو نصف وتر القطعة الشبيهة بالمطلوب، ثم ضربنا جذر الخارج من القسمة في الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب تمام عرض البلد، خرج نصف وتر ا ط.

فإن كان القياس من جهة المشرق فـ ا ط هو الباقي إلى نصف النهار، وإن كان من جهة المغرب فهو الماضي بعده. وإن كان القياس[٦] بكوكب أقمنا بعده عن معدل النهار مقام ميل الشمس وعملنا ما تقدّم ذكره من الأعمال فيؤدّي حينئذٍ إلى المطلوب.

Dans le *Taḥdīd*, le même procédé est appliqué à une série de calculs servant à déterminer, en particulier, la différence de longitude entre deux lieux terrestres (analogue à H) de latitudes connues (anal. à φ et δ), connaissant leur distance (anal. à ħ) (Bīr., *Taḥdīd*, pp. 227-71). Également Bīr., *Qānūn*, pp. 609-15 (cf. Schoy, *Géographie*, pp. 52-64) pour le même problème. Dans aucun des deux traités il n'est fait référence au *zīj* d'al-Battānī.

(٣) ورد في المتن ب ج وفي حاشية ا ح وكلاهما خطأ.

(٤) خلافًا للتصحيح الوارد في هامش المخطوط نثبت قراءة «في» عوضًا عن «من».

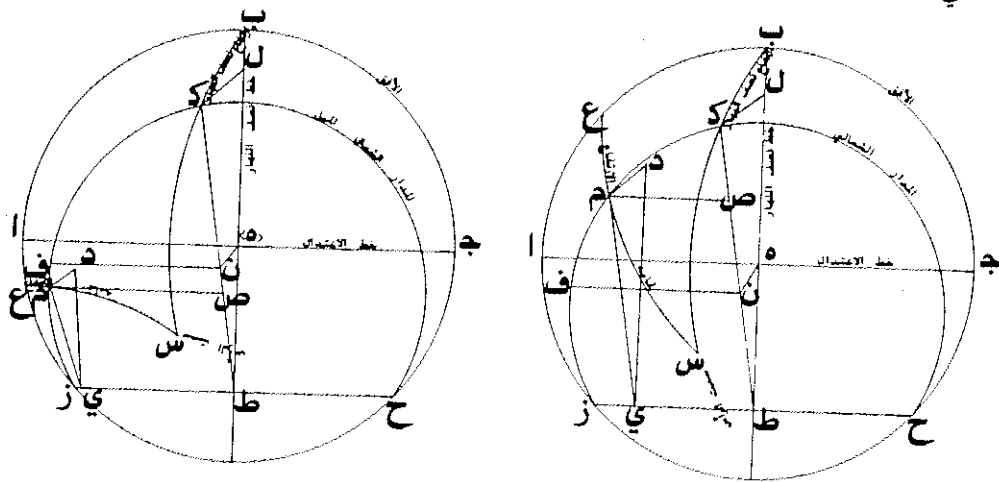
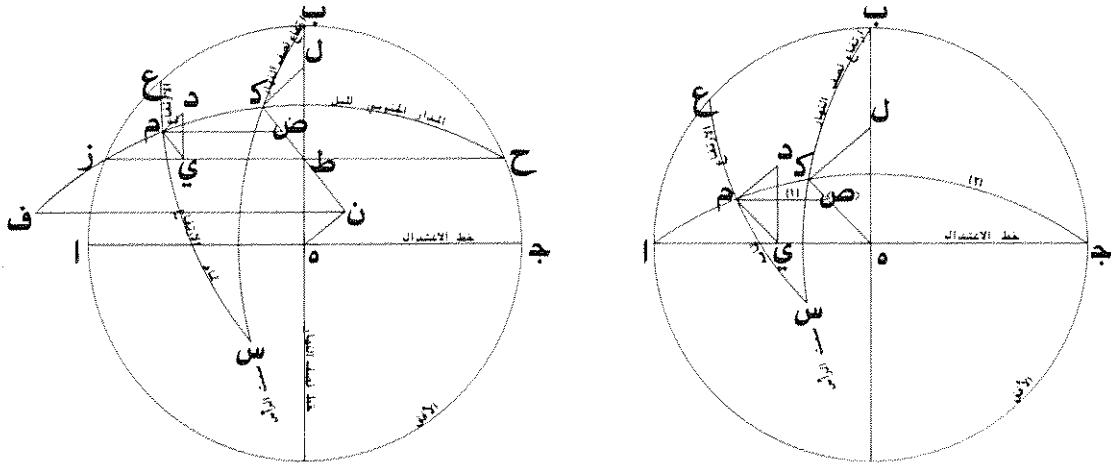
(٥) في الأصل: نصف جيب.

(٦) بالقياس.

معرفة الدائر من الفلك بحسب ما استعمل في الزيجات

ليكن ا ب جـ الأفق المفروض ومركزه ه واهـجـ الفصل المشترك له ولمعدل النهار و ز م ك ح مدار الكوكب المفروض و ز ط ح الفصل المشترك له وللأفق و ب ه ط الفصل المشترك لفلك نصف النهار وللأفق ونقطة س سمت الرأس ، فيكون س ك ب من دائرة نصف النهار. ولنفرض الكوكب على نقطة م ، فيكون س م ع من دائرة ارتفاعه. فنخرج عمودي ك ل م د على سطح الأفق ونصل ك ط ونخرج م ي موازيًا لـ ك ط ونصل د ي.

وظاهر من موجبات المقدمة الأولى في أوّل الكتاب أنّ مثلثي ك ل ط م د ي متشابهان ، فنسبة ل ك الذي هو جيب ارتفاع نصف نهار الكوكب ، أعني ب ك ، إلى ك ط الذي هو الجيب المعكوس لنصف نهاره ، أعني ك ز ، كنسبة م د الذي هو جيب ارتفاعه وقت القياس ، أعني م ع ، إلى م ي المجهول. فمتى ضربنا جيب ارتفاع الكوكب الموجود بالقياس في الجيب المعكوس لنصف قوس نهاره ، ويسمّى سهم النهار ، وقسمنا المجتمع على جيب ارتفاع نصف نهاره ، خرج مقدار م ي.

فلنخرج م ص موازيًا لـ ط ي ، فيكون ط ص مساويًا لـ م ي و ص ك الجيب المعكوس لقوس ك م التي هي بعد الكوكب عن فلك نصف النهار في المدار. فإذا اسقطنا ما خرج من القسمة وهو م ي من سهم النهار وهو ك ط ، بقي ك ص (١٧٧ ظ) وهو الجيب المعكوس لتمام الدائر إلى فلك نصف النهار.

فإن كان القياس(٣) من جهة المشرق نقصنا قوسه المعكوس من نصف قوس نهار الكوكب ، وإن كان من جهة المغرب زدناها عليه ، فيحصل الدائر من الفلك من وقت طلوع الكوكب إلى وقت القياس في الكواكب التي لها طلوع وغروب في ذلك المسكن.

طريق آخر لمعرفة الدائر من الفلك

وهو أن نخرج في الصورة المتقدّمة **ه ن** عمودًا على **ك ط** ، فيكون **ن ك** نصف قطر المدار. ونخرج **ن ف** يوازي **ط ز** ، فيكون **ف ز** تعديل نهار الكوكب الجاري في مدار **ك م ح** ، وقد تبيّن كيف نخرج لها مقدار **ص ط** . فإذا ألقينا منه **ن ط** وهو جيب تعديل النهار ، أعني فضل ما بين سهم النهار والجيب كله ، بقي **ن ص** وهو جيب **ف م**، فيصير **ف م** معلومًا(٤) . ونزيد عليه تعديل النهار إن كان المدار شماليًا وننقصه منه إن كان جنوبيًا ، فما حصل فهو الدائر إن كان القياس من جهة المشرق ، وإن كان من جانب المغرب ، نلقي هذا الحاصل من قوس نهار الكوكب فيبقى الدائر.

ويمكن تحصيل **م ي** الذي هو المطلوب في هذا العمل من جهة ميل مدار الكوكب وسعة مشرقه إن كانا معلومين ، وذلك لتشابه مثلثي **ه ط ن م د ي**. فيهما نسبة **ه ن** وهو جيب ميل مدار **ك ح** إلى **ه ط**(٥) وهو < جيب > سعة مشرقه ، أعني **ا ز** ، كنسبة **م د** وهو جيب الارتفاع المقيس إلى **م ي** المطلوب ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) كان الخط **م ص** ناقصًا.
(٢) في الأصل كتب «المدار الجنوبي» على الدائرة **ج ك ا** التي هي في هذا الشكل دائرة معدل النهار.
(٣) المقياس.
(٤) معلوم.
(٥) ورد في المخطوط «وهو من جيب الارتفاع المقيس إلى **م ي** المطلوب إلى **ه ط** وهو جيب **م د** إلى» عوضًا عن «إلى **ه ط**». إن إضافة «من» و «إلى» فوق السطر تدل على استدراك الناسخ لخطئه.

معرفة طالع الوقت من قبل الدائر من الفلك

إذا حصل لنا ما بين وقت قياس الارتفاع وبين نصف النهار من الدائر من معدل النهار ، نظرنا ، فإن كان ذلك الارتفاع من جهة المشرق ، نقصنا(١) ذلك من مطالع درجة الشمس أو درجة ممرّ الكوكب في الفلك المستقيم ، وإن كان الارتفاع من جهة المغرب ، زدنا ذلك عليها فتحصّل مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم وقت القياس. فإذا زدنا عليها تسعين جزءًا ابدًا ، اجتمع مطالع درجة الطالع في البلد.

وكذلك إذا حصل لنا ما بين طلوع الشمس أو الكوكب وبين وقت القياس من الدائر من الفلك ثم زدناه على مطالع درجتها أو مطالع درجة طلوع الكوكب في البلد ، اجتمع مطالع درجة الطالع في البلد (وذلك إذا حصل لنا ما بين مطالع طلوع الشمس)(٢) فإذا قوّسناها فيها ، خرجت درجة الطالع.

وإن أُعطينا ما مضى من الساعات ، حوّلناها إلى الدائر : فإن نضرب مستوياتها في خمسة عشر ومُعْوَجّاتها في أزمان ساعات نهار الكوكب أو درجة الشمس ، فيحصل الدائر المطلوب ، فحينئذٍ نعمل به ما تقدّم ذكره. وقد قصد بطلميوس هذا في النوع التاسع من المقالة الثانية.

(١) ونقصنا.

(٢) تبدو هذه الجملة زائدة أو مشوّشة بين تكرار للسطر الأول من الفقرة وتنويه يفترضه سياق الكلام بالحصول على جدول المطالع في البلد ، وقد ترجمنا المقطع كله على هذا الأساس.

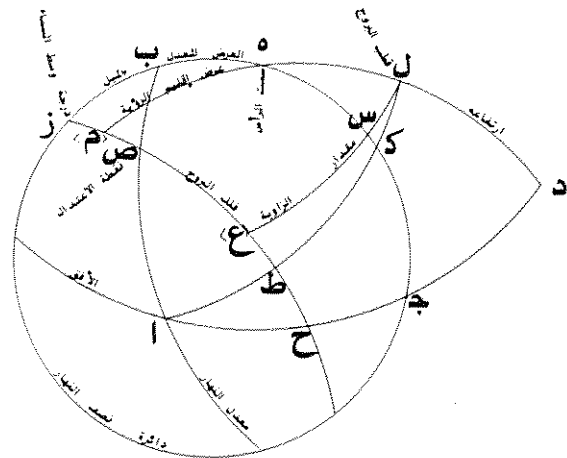
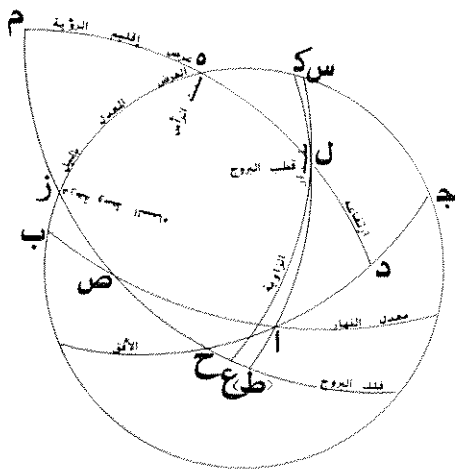
معرفة الدائر من الفلك بقياس أحد الكواكب الأبدية الظهور

ليكن ادب فلك نصف النهار في أفق اجب وجد من معدل النهار وقطبه ص وندير عليه دائرة تقصر عن نقطة ب لتكون أبدية الظهور، ولتكن دائرة ز ك ح[1]، ونفرض الكوكب المعلوم الارتفاع عليها نقطة ك، ونخرج ربع دائرة ص ك ط[2] <فيكون ط د> الدائر من معدل النهار بين وقت القياس وبين موافاة الكوكب فلك نصف النهار. ثم نخرج قطر اهب، ومركز الكرة ه[3]، ونصل ده ز ح ونتزل عمود كم على ز ح فيكون موازيًا لسطح الأفق ولذلك يكون عمود مس مساويًا للعمود النازل من نقطة ك فعمود مس هو جيب الارتفاع. ونتزل عمودي زل دف على سطح الأفق وعمود م ع على ز ل.

فلأنّ ز ح موازٍ لـده و زل موازٍ لـدف وم ع موازٍ لـ هف، يكون مثلثا ز ع م دف ه متشابهين[4]. فنسبة دف، وهو جيب تمام عرض البلد، إلى ده الجيب كله كنسبة ع ز، وهو فضل ما بين جيب ارتفاع الكوكب (١٧٨ و) وقت القياس وبين جيب أعظم ارتفاعه في فلك نصف النهار، إلى ز م، فـزم معلوم. ونسبة ح م، الذي هو ضعف جيب تمام ميل مجرى الكوكب إذا نقص منه ز م، إلى م ك كنسبة م ك إلى م ز لأنّ كم <قائم> على قطر زح. فإذا ضربنا ح م في م ز وأخذنا جذر المجتمع، كان م ك. ونسبة جيب ص ك إلى ك م كنسبة جيب ص ط الربع إلى جيب ط د الدائر المطلوب، فـط د معلوم واستخراج الطالع[5] منه على حسب ما تقدّم ذكره. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

معرفة مقادير الزوايا الحادثة من تقاطع فلك البروج وكل واحد من الأفق وفلك نصف النهار

ليكن جـب من فلك نصف النهار و ا ب من معدّل النهار و ا جـ من أفق بلد ما ونقطة ه سمت الرأس و ز ح من فلك البروج ، فظاهر أنّ نقطة ز هي درجة وسط السماء ونقطة ب منتهى مطالعها في الفلك المستقيم. فنزيد عليها ربع دائرة فننتهي إلى نقطة ا ونخطّ عليها ، فيكون ا ط ، قائمًا على ز ح ونخرجه حتّى نتمّ ط كـ ل ربع دائرة ويكون ل حينئذٍ قطب فلك البروج. فنجيز عليه وعلى سمت الرأس دائرة د ل ه م فيكون ه م تمام مقدار الزاوية التي تحدث من تقاطع فلك البروج مع الأفق ويسمّى ه م في بعض الزيجات عرض إقليم الرؤية وفي بعضها عرض البلد المُحْكَم ويساوي أبدًا ارتفاع قطب فلك البروج عن الأفق في الوقت المفروض[١].

وتبيّن أنّ دائرة ا كـ قائمة على دائرة ب جـ لمرورها على قطبها الذي هو ا ولأجل ذلك يكون ا كـ ربع دائرة ، و ط ل أيضًا ربع دائرة ، فإذا ألقينا ط كـ المشترك بقي ا ط مساويًا لـ كـ ل[٢]. ومن البيّن أنّ قطب دائرة ا ط كـ على محيط دائرة ب جـ لمرورها على قطبها ، وهو أيضًا على محيط ز ح لقيامها عليها ، فهو إذن نقطة ز المشتركة لها. وكل واحدة من قسي دوائر[٣] ز ط ز كـ ل ط ل م ربع دائرة. ونسبة جيب ز ه ، الذي هو مجموع ميل درجة وسط السماء وعرض البلد في الصورة الأولى وفضل ما بينهما في الصورة الثانية ، إلى جيب ه م المطلوب كنسبة جيب ز كـ وهو الجيب كله إلى جيب كـ ط الذي هو جيب تمام كـ ل.

(١) ويظهر ذلك في كل واحد من الشكلين حيث رسمت القوس د ل الممثلة لهذا الارتفاع ، غير أنّ النقطة د وضعت على دائرة معدّل النهار في الشكل الثاني.

(٢) في الشكل الثاني كانت النقطة كـ النقطة الأخرى من نقطتي تقاطع الدائرتين ا ل و ب جـ ه وقد صححنا موضع كـ انسجامًا مع النص.

(٣) في الأصل «دوائر قسي».

فإذن متى زدنا ميل درجة وسط السماء على عرض بلدنا إن كان جنوبيًا أو نقصناه منه إن كان شماليًا اجتمع **ز ه** ويسمّى العرض المعدّل بالميل ، ثم زدنا على مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم تسعين زمانًا واحتسبنا بالمجتمع درجًا سواء في البروج <و> ضربنا[٤] جيب تمام ميلها في جيب العرض المعدّل بالميل وقسمنا المجتمع على الجيب كله ، خرج جيب **ه م** الذي هو عرض إقليم الرؤية في ذلك البلد في ذلك الوقت.

فأمّا معرفة الزاوية الحادثة من تقاطع فلك البروج مع فلك نصف النهار ، أعني زاوية **جـ ز ح** ، فإنّا ندير على قطب **ز** وببعد ضلع (١٧٨ ظ) المربع قوس **ل س ع**[٥] فيكون **س ع** مقدار تلك الزاوية ، وظاهر أنّ نسبة جيب **ز ص** وهو بعد درجة وسط السماء من الاعتدال إلى جيب **ص ب** وهو مطالع ذلك البعد في الفلك المستقيم كنسبة جيب **ز ع** الربع إلى جيب **ع س** المطلوب . فإذن متى ضربنا جيب مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم في الجيب كله وقسمنا المبلغ على جيب بعد درجة وسط السماء من الاعتدال ، خرج جيب الزاوية الحادثة من تقاطع فلك البروج وفلك نصف النهار.

وهذا ممّا قصده بطلميوس في النوع العاشر والحادي عشر من المقالة الثانية.

(٤) في الأصل ، بعد سواء «البروج في ضربنا».

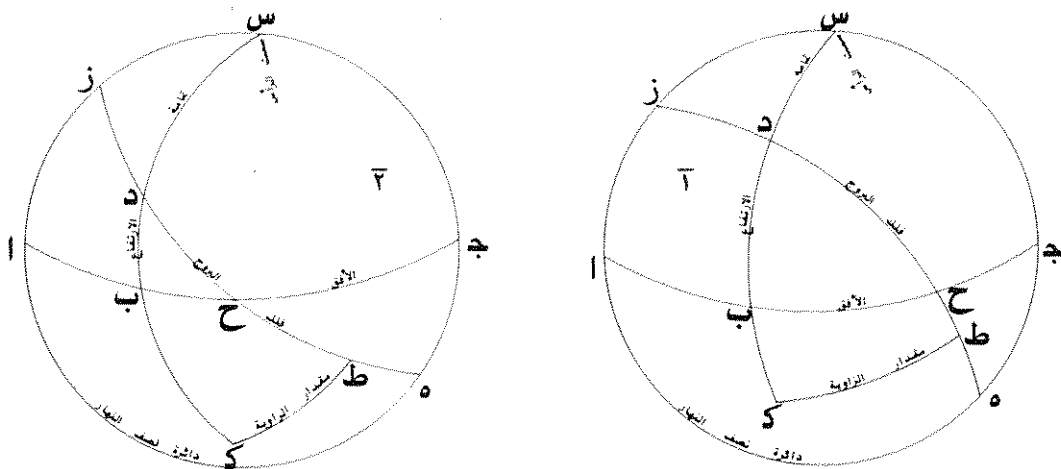
(٥) لم ير البيروني هنا أنّ هذه القوس هي **ل كـ ط** بالذات ، فمن هنا ظهور قوسين مختلفتين في كل من الشكلين الواردين في المخطوطة . أمّا عدم مرور القوس **س ع** على النقطة **ل** في الشكل الثاني في المخطوطة ، فيجب أن نعزوه إلى خطأ وقع فيه الناسخ.

معرفة الزاوية الحادثة من تقاطع دائرة الارتفاع مع فلك البروج

ليكن **ا ز جـ ه** من فلك نصف النهار و **ز ح ه**[1] من فلك البروج ونقطة **س** سمت الرأس ودائرة الارتفاع **س د ب** والجزء المطلوب ارتفاعه **د**، من فلك البروج، فنريد أن نعلم زاوية **ح د ب**.

فلأنّ نسبة جيب **ح د** الذي هو بعد الجزء المفروض عن درجة الطالع إلى جيب **د ب** الذي هو الارتفاع كنسبة جيب زاوية **ب ح د** الذي هو تمام عرض إقليم الرؤية إلى جيب زاوية **د ب ح** القائمة، يكون **د ب** معلومًا.

ومن البيّن أنّا إذا أخرجنا **د ب** حتّى نتمّ **د ب ک** ربع دائرة وأدرنا على قطب **د** وببعد ضلع المربّع قوس **ک ط**، كانت بمقدار زاوية **ح د ب** المطلوبة. ونسبة جيب **ب ح** إلى جيب **ح د** كنسبة جيب تمام زاوية **د ح ب** إلى جيب تمام **د ب**، لكنّ نسبة جيب **ب ح** إلى جيب **ح د** هي كنسبة جيب **ک ط** إلى جيب **ط د**، فنسبة <جيب> **ک ط** المطلوب إلى جيب **ط د** الجيب كله كنسبة جيب تمام زاوية **د ح ب** الذي هو عرض إقليم الرؤية إلى جيب تمام **د ب** الذي هو تمام الارتفاع المفروض، فمقدار زاوية **ب د ح** إذن معلوم.

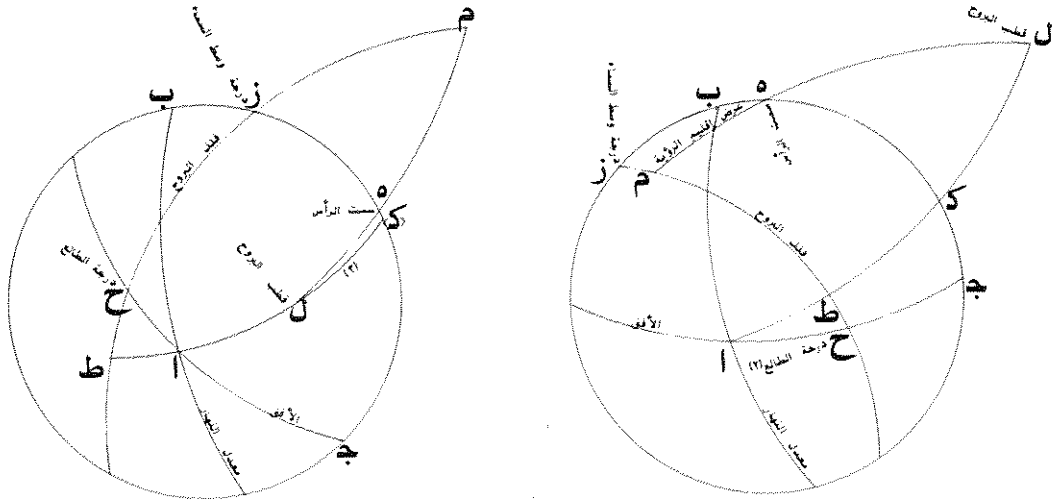
وهذا ممّا قصده بطلميوس في النوع الثاني عشر من المقالة الثانية.

(١) ز جـ ه.

Luckey, *z. Entstehung*, pp. 443-4), la formule diffère de (A11), cos $\chi_{\odot}$ = tg $h_{\odot}$. cotg $(\lambda_H - \lambda_{\odot})$ et des deux calculs d'Abū al-Wafāʾ (A. l-Wafāʾ, *Alm.*, 79r:16-80r:19).

3. (A10) et (A11) mentionnés ci-dessus.

معرفة درجة الطالع من درجة وسط السماء إذا لم تكن لإقليمنا مطالع معلومة

إذا حصل عندنا درجة وسط السماء ولم تكن لإقليمنا مطالع معلومة ، تمكن منها معرفة درجة الطالع ، فإنّا نعمل عرض إقليم الرؤية ثم نعيد الشكل الذي تقدّم في بابه . فلأنّ قوس **ز م** هي فضل ما بين **ح ز**[1] وبين ربع الدائرة من أجل أنّ نقطة **ح** قطب دائرة **ل ه م** ، وزاويتا **ل ك ه ه م ز** قائمتان ، ونسبة جيب **ه ل** وهو تمام عرض إقليم الرؤية إلى جيب **ل ك** وهو مساوٍ لـ**ط ا** الميل المعمول لعرض إقليم الرؤية كنسبة جيب **ه ز** وهو تمام ارتفاع درجة وسط السماء إلى جيب **ز م** الفضل المذكور ، فإنّا متى زدنا على مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم تسعين زمانًا واحتسبنا بالمجتمع درجًا سواءً في فلك البروج وأخذنا ميلها فضربنا جيبه في جيب تمام ارتفاع درجة وسط السماء وقسمنا المجتمع على جيب (١٧٩ و) تمام عرض إقليم الرؤية ، خرج جيب **ز م**.

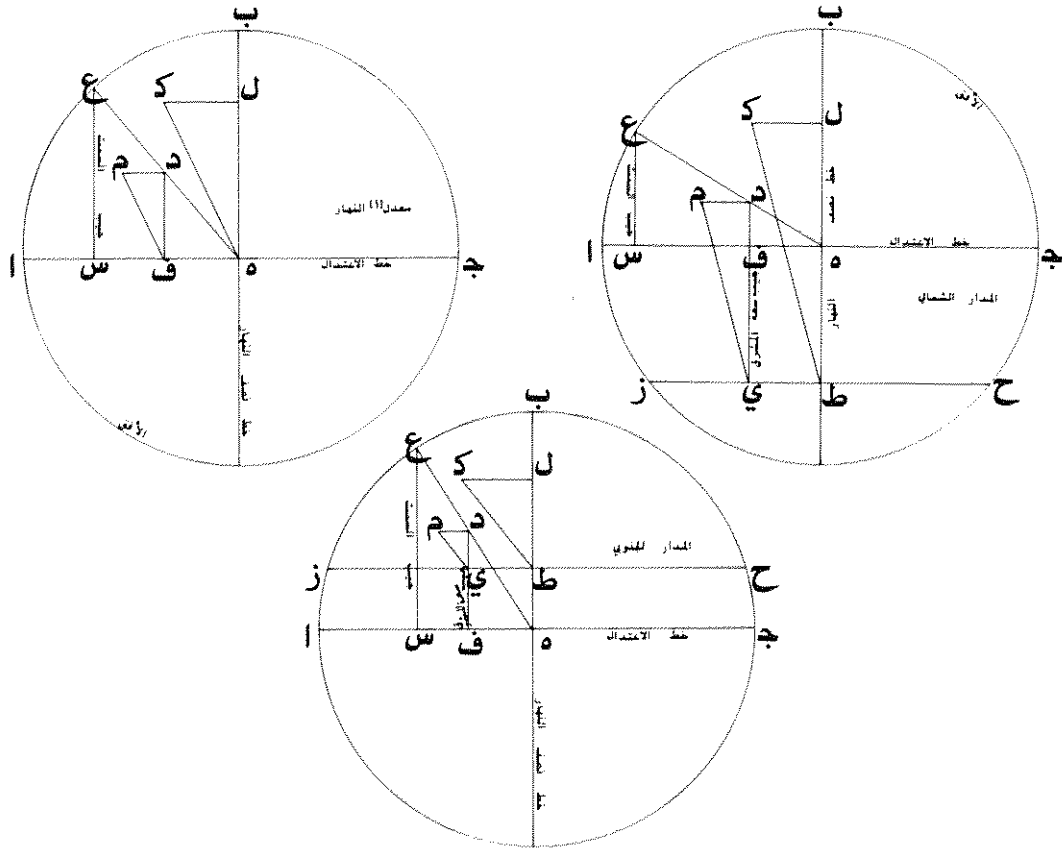
فإن كانت درجة وسط السماء فيما بين أوّل الجدي وأوّل السرطان زدنا مقدار **ز م** عليها وهو مقتضى الصورة الأولى ، وإن كانت في النصف الآخر نقصناه منها كما في الصورة الثانية . ثم زدنا على الحاصل بعد الزيادة أو النقصان تسعين درجة ، فننتهي إلى درجة الطالع المطلوبة ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) ح د.

(٢) في الأصل «ح درجة المطالع» وفي هذا الشكل خطأ آخر في انزلاق النقطتين ك و جـ إذ وضعت ك مكان جـ والنقطة جـ عند تلاقي فلك البروج مع دائرة نصف النهار.

(٣) لم يكن هناك من قوس **ك ل** وكانت القوس **ل ه م** امتدادًا للقوس **ط ا ل**.

وإذا عرفنا الطالع في أفق مسكن ما ثم أردنا معرفة الطالع في أفق مسكن آخر ، استخرجنا مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم وحصلنا ما بين المسكنين في الطول . فإن كان المسكن الثاني شرقيًا عن الأول[٤] زدنا ما بين المسكنين على مطالع درجة وسط السماء ، وإن كان غربيًا عن الأول نقصناه منها ، فتحصل مطالع درجة وسط سماء المسكن المقصود في الفلك المستقيم . فإن لم تكن المطالع لعرضه محصّلة ، استخرجنا منها الطالع على حسب ما تقدّم ذكره .

معرفة أبعاد سموت الكواكب عن خط الاعتدال من قبل ارتفاعها

ونعيد من الصورة التي تقدّمت لمعرفة الدائر من الفلك ما يحتاج إليه ونخرج ه د ع ، وهو الفصل المشترك لدائرة ارتفاع الكوكب والأفق ، و ع س وهو جيب بعد سمتها عن خط الاعتدال ، أعني قوس ا ع ، ونعلّم على تقاطع خطي د ي ا جـ علامة ف .

(٤) في الأصل «فإن كان المسكن الأوّل شرقيًا عن الثاني».

(١) تعديل.

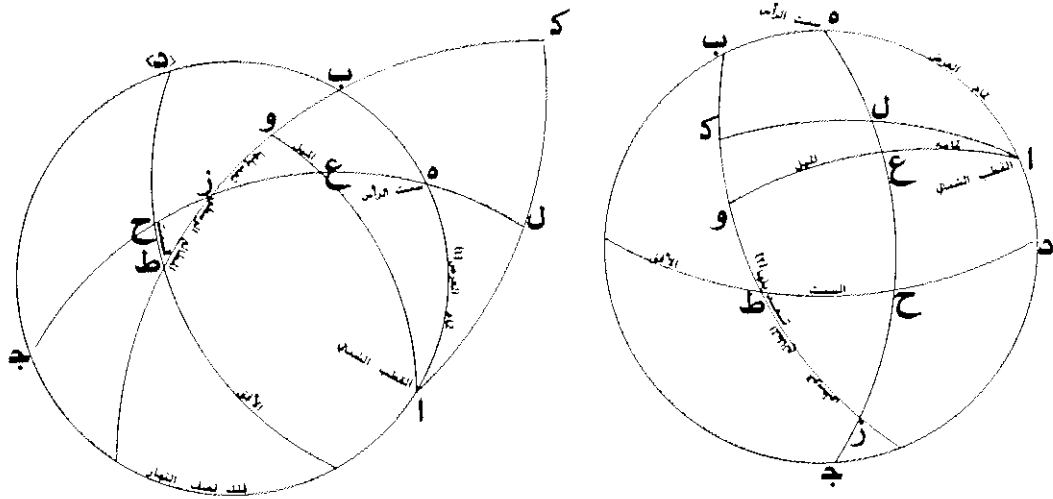
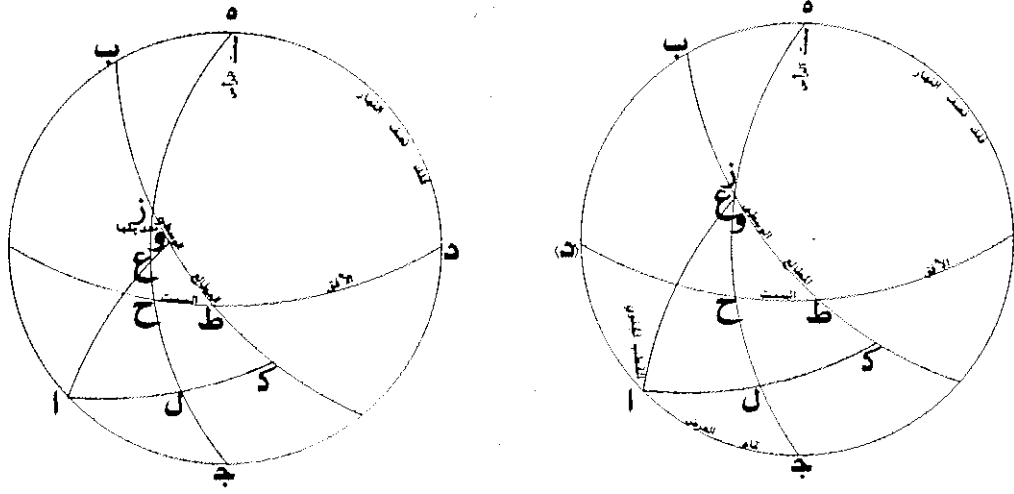
فلأنّ مثلثي **مدي** **كلط** متشابهان ، فإنّ نسبة **مد** إلى **دي** كنسبة **كل** إلى **لط** . لكنّ نسبة **كل** إلى **لط** أبدًا كنسبة جيب تمام عرض البلد المفروض إلى جيب عرضه ، وذلك لتوازي المدارات وسطوحها . فإذن نسبة **دم** الذي هو جيب ارتفاع الكوكب الموجود (١٧٩ ظ) إلى **دي** كنسبة جيب تمام عرض البلد إلى جيب عرضه . ونسبة **ەد** الذي هو جيب تمام الارتفاع إلى **دف**[٢] المعلوم كنسبة **ە ع** الجيب كله إلى **عس** وهو جيب السمت المطلوب .

فإذن متى ضربنا جيب الارتفاع الموجود في جيب عرض البلد وقسمنا المجتمع على جيب تمام عرض البلد خرج **دي** . فإنّ لم يكن للكوكب ميل عن معدّل النهار تركنا الخارج من القسمة كما هو ، وإذا اتّفق له ميل وكان شماليًا زدنا عليه جيب سعة مشرق الكوكب ، وإن كان جنوبيًا نقصناه منه ، فيحصل **دف** . فنضربه في الجيب كله ونقسم المجتمع على جيب تمام ارتفاع الكوكب فيخرج **عس** وهو جيب بعد سمت الكوكب عن مطلع الاعتدال إن كان الارتفاع شرقيًا أو عن مغربه إن كان الارتفاع غربيًا . وذلك ما أردنا أن نبيّن .

(٢) دب .

معرفة مطالع السمت

ليكن اب من فلك نصف النهار ودط من أفق البلد وب ط من معدّل النهار و ح ز جـ ه من دائرة الارتفاع المارّة على الشمس أو الكوكب وهو نقطة ع. ونخرج من قطب معدّل النهار وهو ا قوس ا ع فيكون ط ح سمت الكوكب(١) و ع ح ارتفاعه و ط ز مطالع السمت الوسطى و ز و تعديلها و ط و مطالع السمت المعدّلة.

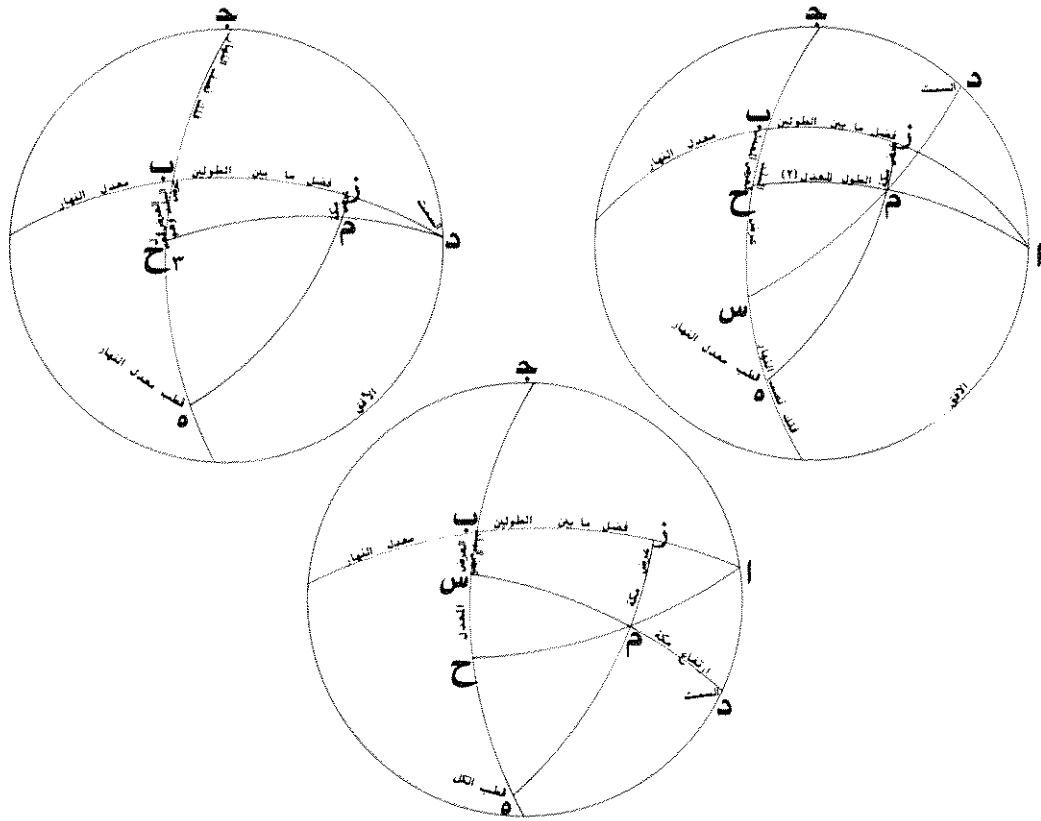
فندير على قطب ز وببعد ضلع المربّع قوس ال ك، ونقول إذا كان ميل الشمس أو الكوكب معلومًا وسمته في وقت مفروض معلومًا في بلد معلوم العرض فإنّ مطالع ذلك السمت تكون معلومة من أجل أنّ نسبة جيب ه ا وهو تمام العرض إلى جيب ا ل كنسبة جيب ه د الجيب كلّه إلى جيب د ح الذي هو تمام السمت ف ا ل ل ك إذن معلومان، ونسبة جيب ز ط المطالع الوسطى الى جيب ط ح السمت كنسبة جيب ز ك الجيب كله إلى جيب ك ل فالمطالع الوسطى معلومة.

(١) في جميع الأشكال كانت كلمة «السمت» منسوبة للنقطة ط وهذا خطأ.
(٢) كان ذلك مكتوبًا على القوس و ط.

فإن كان الكوكب معدوم[٣] الميل ، كانت المطالع الوسطى هي المعدّلة. وإن كان له ميل ، فإنّ نسبة جيب ز ع المجهول[٤] إلى جيب و ع ميل الكوكب كنسبة جيب ز ل الجيب كلّه إلى جيب ل ك فـز ع معلوم. ونسبة جيب ز ع المعلوم إلى جيب ز و الذي هو تعديل المطالع كنسبة جيب ع ا تمام ميل الكوكب إلى جيب ا ل المعلوم فـز و معلوم.

فإن كان الميل والسمت شماليين معًا نقصنا فضل ما بين التعديل والمطالع من تسعين ، وإن كان الميل شماليًا والسمت جنوبيًا نقصنا التعديل[٥] من تمام المطالع ، وإن كان الميل والسمت جنوبيين معًا زدنا التعديل على تمام المطالع ، فيحصل بعد الزيادة والنقصان الباقي إلى نصف النهار أو الماضي من لدنه إلى وقت القياس ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٣) معلوم.
(٤) المعلوم.
(٥) الميل.

معرفة سمت القبلة وسموت البلدان بعضها من بعض

لتكن نقطة ه قطب معدل النهار و ه ب جـ من فلك نصف النهار و ا ب من معدل (١٨٠ و) النهار و ا جـ من الأفق و ب ز فضل ما بين بلد ما وبين مكة في الطول ، ونخط ربع دائرة ه ز ونجعل ز م مثل عرض مكة و ب س مثل عرض بلدنا ونخط ربع س م د ، فيكون د جـ هو بعد سمت القبلة في بلدنا عن خط الزوال .

ولنخرج ا م ح ربع دائرة ، فتكون نسبة جيب ه م فهو تمام عرض مكة إلى جيب م ح المجهول كنسبة جيب ه ز وهو الجيب كله إلى جيب ز ب وهو فضل ما بين الطولين ، ونسبة جيب ا م (......)[1] إلى جيب م د كنسبة جيب ا ح الجيب كلّه إلى جيب جـ ح وهو تمام ح س ، ونسبة جيب م س إلى جيب م ح كنسبة جيب س د إلى جيب د جـ المطلوب . وكذلك نسبة جيب س ح إلى جيب س جـ وهو الجيب كله كنسبة ظل م ح إلى ظل جـ د المطلوب .

(١) سقط هنا ما يساوي جملة كاملة بين «ام» و «ام» آخر ، ونستطيع أن نستبدل مضمونه من سياق الكلام فنقترح ما يلي لاستدراك هذا النقص : «وهو تمام م ح ، إلى جيب م ز وهو عرض مكة كنسبة جيب ا ح الجيب كله إلى جيب ب ح المجهول. ونسبة ام».

(٢) كان ذلك مكتوبًا على القوس م س .

(٣) كان ذلك مكتوبًا على دائرة معدل النهار بعد النقطة ب .

فإذن متى ضربنا جيب تمام عرض مكة في جيب فضل ما بين مكة وبلدنا في الطول وقسمنا المجتمع على الجيب كله ، خرج جيب **م ح** ويسمّى الطول المعدّل ، ثم ضربنا جيب عرض مكة في الجيب كله وقسمنا المبلغ على جيب تمام الطول المعدل ، خرج جيب **ح ب** ويسمّى العرض المعدّل – فإن كان هذا العرض المعدّل أقل من عرض بلدنا ، فالسمت إلى ناحية الجنوب على خط الاعتدال كما في الصورة الأولى ، وإن كان مثل عرض بلدنا ، فالسمت على مشرق الاعتدال أو مغربه كما في الصورة الثانية ، وإن كان أكبر منه ، فهو إلى ناحية الشمال عنه كما في الصورة الثالثة – ثم ضربنا جيب تمام فضل ما بين عرض بلدنا والعرض المعدل في جيب تمام الطول المعدل وقسمنا المجتمع على الجيب كله ، خرج جيب **م د** ويسمّى ارتفاع مكة في بلدنا . ثم إذا ضربنا جيب الطول المعدل في الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب تمام ارتفاع مكة في بلدنا ، خرج جيب **جـ د** وهو بعد سمت القبلة في الأفق عن نقطة طرف نصف النهار ، فـ **ا د** الذي هو بعد سمتها عن خط الاعتدال معلوم .

وأيضًا فحين تبيّن لنا العرض المعدّل لو ضربنا ظل الطول المعدّل في الجيب كلّه وقسمنا المبلغ على جيب فضل ما بين العرض المعدّل وبين عرض بلدنا ، خرج ظل **جـ د** .

فإن كان طول بلدنا من المغرب أكبر من طول مكة منه ، فسمت القبلة في ناحية المغرب ، وإن كان أقل فهو في ناحية المشرق . وذلك ما أردنا .

فإذا أردنا سمت بلد آخر معلوم الطول والعرض ، غير مكّة ، أقمناه مقامها وعملنا به ما تقدّم فيخرج لنا المطلوب .

معرفة أبعاد المساكن المعلومة الطول والعرض بعضها من بعض

ونكتفي في هذا الباب بما تضمّنه باب سمت القبلة فإنّ الأبعاد السماوية لمّا وازت الأبعاد (١٨٠ ظ) الأرضية تناسبت ، فمتى عُرف مقدار كليّة دور الأرض من كليّة دور السماء وعُرفت القوس التي بين سمتي رأس البلدين ، وهي س م في أشكال سمت القبلة وقد سمّيناها هناك تمام ارتفاع مكّة ، كانت حصّتها من الدور الأرضي معلومة ، ولذلك لم أفرد له شكلاً .

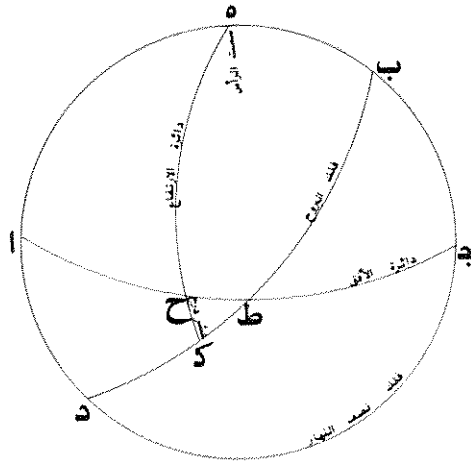
معرفة قوس رؤية[1] الهلال والكوكب

أمّا هذه القوس فقد قصر بطلميوس في النوع السادس والسابع من المقالة الثامنة على ذكرها وفرضها لكل واحدة من أعظام الكواكب الستّة على مقادير مختلفة بحسب ما وجده هو بالاعتبار ووقف عليه من أرصاد من تقدّمه بطول التجربة والامتحان ، ثم أعرض عن ذكر القمر لقلّة حاجته في زمانه إلى مراعاة استهلاله وبحقوق أسباب كثيرة مغيّبة عن رؤيته أو مانعة عن إدراكه .

فأمّا أهل الحساب في الإسلام فلمّا[2] صدفت حاجتهم إلى ضبط أحواله ، قرّبوا القياسات إلى صنوف الاعتبارات حتّى تقاربت آراؤهم ، بل كادت تتطابق في هذه القوس على أنّها ، بعد تعاهد سائر الأشياء ، عشر درج في القمر . ومتى قصدت الإخبار عن الطرق المؤدّية إلى الهدى فيه والتحقيق ، وجب أن نفرد لذلك مقالة بل كتابًا ، لصغر ما نحن فيه بالإضافة إليه . لكنّي أشير إليه بحسب ما يليق بهذا الموضع .

(١) في الأصل «قوس نهار رؤية» وتبدو الكلمة «نهار» زائدة.
(٢) في الأصل «قلما».

فليكن **ا ب جـ د** لفلك نصف النهار و **ا ح جـ** لنصف الأفق الغربي و **ب ط ك** نصف فلك البروج و **ه** سمت الرأس و **ه ح ك** من دائرة الارتفاع ، ونفرض الشمس على نقطة **ك** وقوس **ح ك** عشر درج ، ونحتاج أن نعرف قوس **ك ط** من فلك البروج.

<و> لأنّ نسبة جيب **ط ك** إلى جيب **ك ح** المفروض كنسبة جيب زاوية **ط ح ك** وهي قائمة إلى جيب زاوية **ك ط ح** وهي بمقدار تمام عرض إقليم الرؤية ، فمتى ضربنا جيب عشر درج في الجيب كلّه وقسمنا المبلغ على جيب تمام عرض إقليم الرؤية ، خرج جيب قوس **ك ط** المطلوب وهي قوس الرؤية. ثم نحسب درجة غروب القمر ، فإن بعدت عن موضع الشمس بمثل قوس الرؤية أو أكثر فإنّ الهلال يُرى ، وإن لم تبعد عنه كذلك[٤] فإنّه لا يُرى.

وعلى مثله الأمر في الكواكب إلاّ أنّ لقسيّ رؤيتها مقادير تختلف باختلاف الأعداد المفروضة لكل واحد منها في نظائر قوس **ك ح** ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٤) وكذلك.

البرهان على عمل لحبش الحاسب في رصد الكوكب

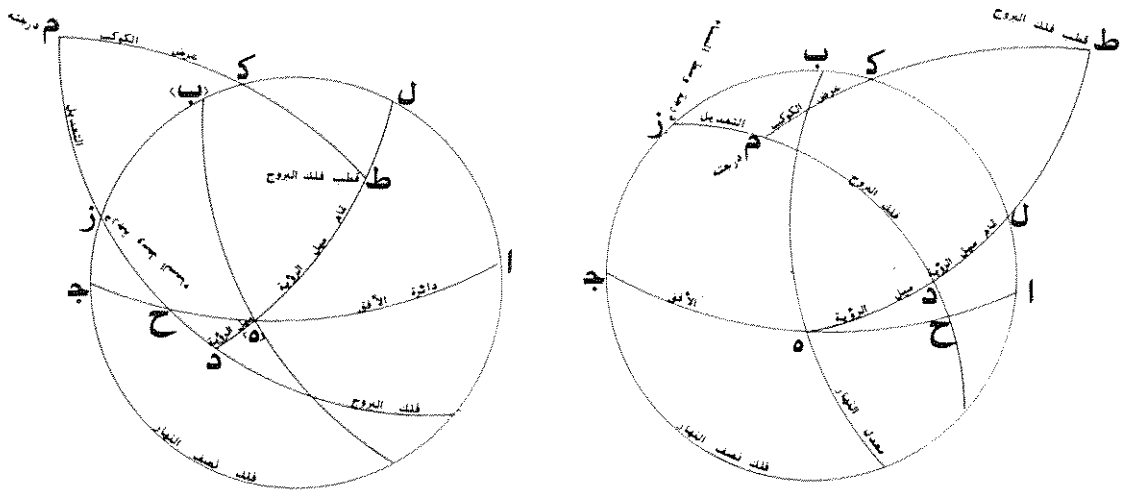
وقد أودع حبش الحاسب زيجه أعمالاً كثيرة في رصد الشمس والكواكب ومتى تعرّضت للإبانة عنها صار الكتاب أوْلى بأن يتمّ بعلل زيج حبش، واضطُررت لأجله إلى العدول عن ما قصدته هنا من التنبيه والإرشاد إلى كيفية استعمال الشكل المغني عن القطاع وإقامة مقامه في مباشرة علل أمور علم الهيئة، ولذلك اقتصرت من أعماله[١] على واحد وهو هذا:

قال: نرصد الكوكب حتّى يصير إلى فلك نصف النهار فنأخذ ارتفاعه فيه ونقيس ذلك الوقت بكوكب آخر تحقّقنا قبله موضعه من الطول والعرض حتّى نقف على درجة وسط السماء وارتفاعها ونأخذ جيب ما بين الارتفاعين، أعني ارتفاع الكوكب في فلك نصف النهار وارتفاع درجة وسط السماء فيه، ونحفظه. ثم نزيد على مطالع درجة وسط السماء في الفلك المستقيم تسعين زمانًا ونحسب بالجملة درجة سواء في فلك البروج ونأخذ ميلها وهو ميل الرؤية[٢]. ونضرب جيب تمام ميل الرؤية فيما حفظناه ونقسم المجتمع على الجيب كلّه فيخرج جيب عرض الكوكب في الجهة التي وجدنا فيها الكوكب عن درجة وسط السماء.

ونضرب جيب ميل الرؤية فيما حفظناه أيضًا ونقسم المجتمع على جيب تمام عرض الكوكب، فيخرج جيب التعديل. فإن كان عرض الكوكب وميل الرؤية في جهة واحدة ننقص التعديل من درجة وسط السماء وإن كانا في جهتين مختلفتين نزيد التعديل على درجة وسط (١٨١ و) السماء فتحصل لنا درجة الكوكب في الطول والعرض من فلك البروج.

وندبّر البرهان على ما قاله حبش: **ا ب جـ** فلك نصف النهار و **اهجـ** الأفق و **ه ب** من معدّل النهار و **ح ز** من فلك البروج فتكون **ز** درجة وسط السماء و **ب** منتهى مطالعها في الفلك المستقيم. ونفرض نقطة **ك** موضع الكوكب وقد وافى فلك نصف النهار وارتفاعه **كجـ** وارتفاع درجة وسط السماء **ز جـ** وفضل ما بينهما **ز ك** و <جيبه> هو المحفوظ ونزيد على **ب** تسعين زمانًا فننتهي إلى نقطة **ه** وندير على قطب **ز** وببعد ضلع المربع قوس **ه د ط** ونخرج من نقطة **ك** قوسًا من دائرة عظيمة تلاقي **د ز**، اعني فلك البروج، على زوايا قائمة وتلقى **ه د ط**

(١) في الأصل «أعمالي».

(٢) في الأشكال الواردة في المخطوطة «ميل الزاوية».

على ط فيكون ط قطب فلك البروج و كم عرض الكوكب ك. ولأنّ ه د ط خارج من قطب دائرة اب ج فإنّها تقطعها على زوايا قائمة، وليكن ذلك على نقطة ل، فظاهر انّ كل واحد من ه ل دط ربع تامّ فإذا ألقينا المشترك بينهما، وهو ل د، بقي ه د مساويًا لـ ط ل.

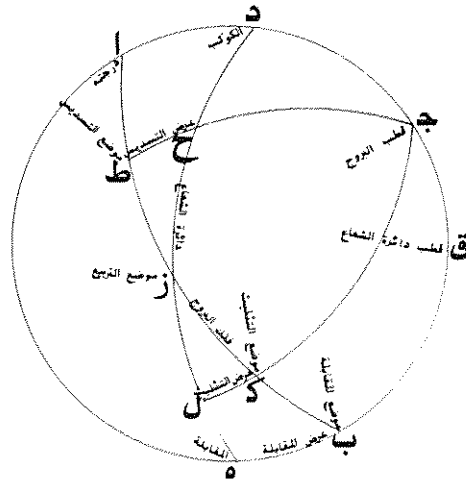
ونسبة جيب م ك الذي هو عرض الكوكب إلى جيب ك ز المحفوظ كنسبة جيب ل د الذي هو مقدار زاوية م ز ك إلى الجيب كلّه الذي هو (جيب) مقدار زاوية ز م ك القائمة، فـ ك م معلوم. ونسبة جيب ك ز المحفوظ إلى جيب ز م كنسبة جيب تمام م ك إلى جيب تمام زاوية م ز ك، أعني ط ل، فـ ز م معلوم. ولأنّ دائرة ط م ك مارّة على الكوكب وعلى قطب فلك البروج فهي إذن التي[٣] تحدّ درجته من منطقة البروج. فنقطة م درجة الكوكب و ز م هو فضل ما بينها وبين درجة الممرّ، أعني ز، فدرجة الكوكب وعرضه معلومان، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٣) الذي.

معرفة مطرح شعاعات الكواكب على مذهبي

إنّ مطرح الشعاع معنى من معاني صناعة الأحكام لكنّه أخذ من القسم الرياضي نصيبًا ليس باليسير. وقد أكثر القدماء والمحدثون في ذلك وذهب كل واحد منهم مذهبًا قد أبنت عن فسادها بالبرهان والطرق الأوْلى في كتابي الموسوم بـ«تجريد الشعاعات»(١) وأتيت بالطريق الذي اخترعته وسأحكيه ههنا على وجه الإخبار.

فليكن **اب** نصف فلك البروج على قطب **جـ** وممّا يقتضيه ذلك العمل أنّ الكوكب إذا كان على منطقة البروج نفسها وعُدِم العرض فإنّ شعاعاته تقع عليها بدرج السواء.

فلنفرضه في هذا المثال ذا عرض وليكن عرضه قوس **اد** وجرمه على نقطة **د**، ونأخذ قوس **جـق** مساويًا(٢) لـ**دا** ونجعل **ق** قطبًا وندير ببعد ضلع المربّع دائرة **دزه** ونسمّيها دائرة الشعاع. وليكن **دح** سدسها و**دز** ربعها و**دل** ثلثها ونجيز على نقطتي **ح ل** دائرتي **جـحـط جـكـل**، فيكون **ط** موقع التسديس و**طح** عرضه و**ز** موقع التربيع ولا عرض له و**كـ** موقع التثليث و**كـل** عرضه.

(١) في الأصل «تحديد الشعاعات» والصواب «تجريد» كما يدلّ عليه عنوان الكتاب الكامل «تجريد الشعاعات والأنوار عن الفضائح المدوّنة في الأسفار» (راجع Boilot, RG nº 42).

(٢) مساوٍ.

ولأنّ قوسي ح ز ز ل متساويتان ونسبة جيب ح ز إلى جيب ح ط كنسبة جيب ز ل إلى جيب ل ك ، فإنّ قوسي ح ط ك ل متساويتان وقوسي ط ز ز ك (١٨١ ظ) متساويتان وقوسي اد ب ه متساويتان. وفي هذا الشكل نسبة جيب ز ح إلى جيب ح ط كنسبة جيب ز د إلى جيب د ا ونسبة جيب د جـ إلى جيب جـ ح كنسبة جيب ط ز إلى جيب ز ح.

فإذا ضربنا جيب عرض الكوكب في ربع القطر وقسمنا المجتمع على الجيب كلّه خرج جيب عرض التسديس. فإذا ضربنا جيب تمام عرض الكوكب في ربع القطر وقسمنا المجتمع على جيب تمام عرض التسديس خرج جيب تمام التسديس، فمتى زدنا مقدار هذا التسديس على درجة الكوكب انتهينا إليه وعرضه في جهة عرض الكوكب.

فإذا زدنا على درجة الكوكب ربع دائرة تامّاً(٣)، انتهينا إلى تربيعه وليس له عرض.

فإذا نقصنا مقدار التسديس من الدرجة المقابلة لدرجة الكوكب(٤)، انتهينا إلى تثليثه، وعرضه في خلاف جهة عرض الكوكب.

والمقابَلة توجد بزيادة نصف دائرة على درجة الكوكب، وعرضها كعرضه متبادلاً الجهة.

والشعاعات المتياسرة مقابِلة للمتيامنة(٥) ومساوية العروض لها باختلاف الجهات. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

فأمّا الدواعي إلى الأصول التي بُني عليها هذا العمل، فالكتاب المخصوص بها أَوْلى بالإبانة عنها، وفيما تضمّنته من ذلك إقناع وبلاغ.

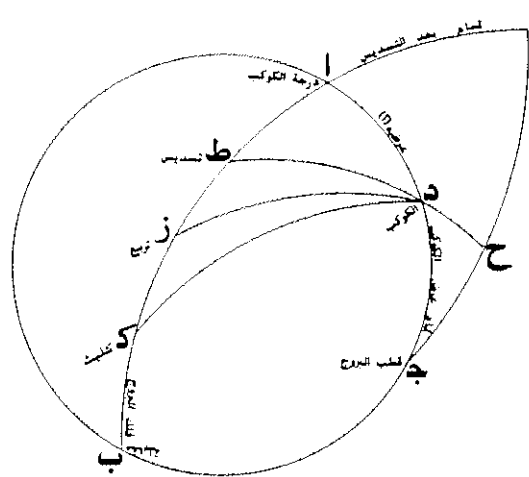
(٣) تام.
(٤) في الأصل «من الدرجة المقابلة لدرجة المقابلة لدرجة الكوكب».
(٥) هكذا في الأصل والجدير بالذكر أنّ الشعاعات التي حصل عليها من قبل هي المتياسرة.

مطرح شعاعات الكواكب على مذهب البتّاني والصوفي

وقد أشار أبو الحسين الصوفي في آخر كتابه «في مطرح الشعاعات» إلى عمل، إن صحّ[١] ، ولم نتزل على ما ذكره ، اقتضى هذا.

فليكن **اب** نصف فلك البروج على قطب **جـ** ، وعرض الكوكب **اد**. ونخرج من جرم الكوكب وهو نقطة **د** قوس **دط** سدس دائرة عظيمة و**دز** ربعها و**دك** ثلثها ، فيكون **اط** بعد موقع التسديس من درجة الكوكب و**از** بعد التربيع منها و **اك** بعد التثليث منها. لكنّ **از** ربع دائرة كما أنّ **دز** ربع دائرة و **اط** مساوٍ لـ**ب ك** ، فبوجود **اط** يوجد **اك**.

ولنخرج لذلك **ط اه** حتّى نتمّ ربعًا تامًّا. فندير على قطب **ط** وببعد ضلع المربّع ربع دائرة **جـه** ونخرج إليه **ط د** فينتهي إليه على **ح** وتكون نسبة جيب **جـد** تمام عرض الكوكب إلى جيب **د ح** تمام السدس[٢] كنسبة جيب **جـا** الجيب كلّه إلى جيب **اه** تمام التسديس المطلوب.

ومتى ضربنا جيب نصف سدس الدور في الجيب كلّه وقسمنا المجتمع على جيب تمام عرض الكوكب ، خرج جيب تمام التسديس. فإذا زدنا التسديس على درجة الكوكب انتهينا إلى موضع التسديس من فلك البروج وإذا نقصناه من مقابَلة درجته انتهينا إلى موضع التثليث على ما اختاره الصوفي والبتّاني ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(١) صحح.

(٢) التسديس.

(٣) في الأصل «سدس عرضه» ولعل السبب في ذلك هو وجود كلمة «سدس» على القوس **دط**.

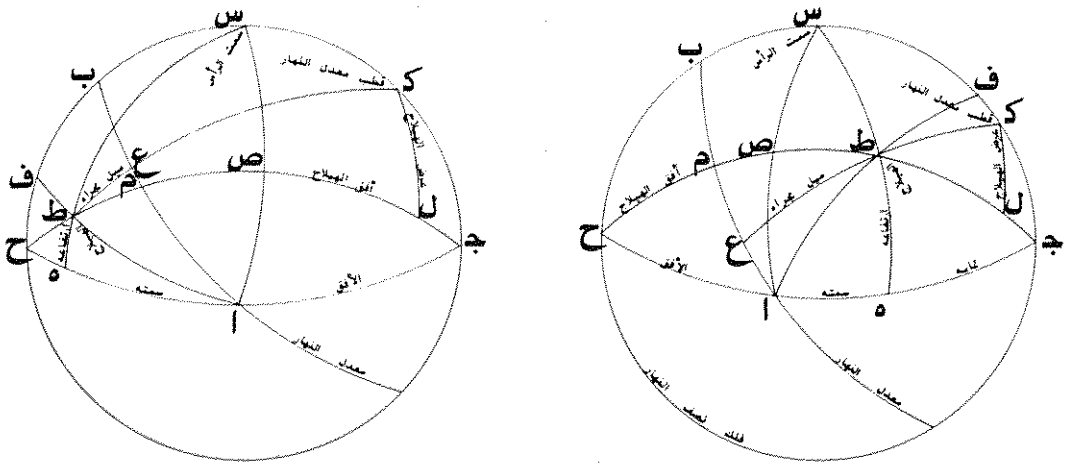
mais avec un autre calcul (cf. p. 42, n. 57). Le calcul d'al-Ṣūfī est rapporté dans le *Dustūr* (195v: 24-9) et dans le *Qānūn* (Bīr., *Qānūn*, pp. 1385-8; voir aussi Kenn., *Rays*, pp. 6-7).

Sur la figure ci-dessus, les flèches indiquent les «lieux» du trine et du sextile selon la doctrine de Bīrūnī.

معرفة التسييرات (١)

وأمّا التسيير (١) فهو أيضًا أسم واقع على معنى من معاني صناعة الأحكام وهو تحصيل ما بين الكوكبين من أزمنة معدّل النهار على أي دائرة فرض المتقدّم منهما ، وهم يسمّونه في أكثر الأمر هيلاجًا والتالي قاطعًا كوكبًا كان أو شعاعًا أو غير ذلك من نقط الفلك ، وما بينهما من الأزمنة درج التسيير.

فلنجبر الأمر على هذه المواضعات ونقول إنّ من البيّن أنّ الهيلاج إذا كان على فلك نصف النهار أو الليل كان ما بين مطالعي (٢) ممرّه وممرّ القاطع في الفلك المستقيم هي درجة التسيير. وإذا كان على نصف الأفق الشرقي فما بين مطالعي (٢) درجتي طلوعهما (١٨٢ و) في البلد هي درج التسيير ، وإذا كان على نصف الأفق الغربي فما بين مغاربي (٢) درجتي غروبهما في البلد هي درج التسيير.

ولنفرض ، للهيلاج الكائن بين الوتدين ، **اب** من معدّل النهار و **اجـ** من الأفق والكوكب المفروض هيلاجًا هو على نقطة **ط**. ولنجز عليه دائرة **جـ ط ح** من عند تقاطع الأفق وفلك نصف النهار ولنجز عليه أيضًا دائرة **س ط ه** من سمت الرأس ، فتكون من دوائر الارتفاع **فـ جـ ه** تمام سمته. وفيه (٣) نسبة جيب **جـ ه** إلى جيب زاوية **جـ ه ط** كنسبة ظل **ه ط** إلى ظل زاوية **ط جـ ه**. ونخرج من نقطة **ك** قوس **ك ل** قائمة على **جـ ط ح** ، فتكون نسبة

(١) في الأصل «تسير» وكذلك الأمر كلما وردت هذه الكلمة.
(٢) راجع حاشيتنا رقم ٣ صفحة 227.
(٣) هكذا في الأصل ولعل هنا نقصًا ، وعلى كل حال فالمقصود هو «في المثلث جـ ط ه».

جيب **جـك** وهو عرض البلد إلى جيب **كـل** كنسبة الجيب كلّه وهو جيب زاوية **كـل جـ** إلى جيب زاوية **كـجـل** التي هي تمام زاوية **طـجـه**.

فإذن متى ضربنا ظل ارتفاع الهيلاج في الجيب كلّه وقسمنا المجتمع على جيب تمام بعد سمت الهيلاج عن مطلع الاعتدال أو مغربه ، خرج جيب زاوية **هجـط**. ثم إذا ضربنا جيب عرض البلد في جيب تمام زاوية **هجـط** وقسمنا المجتمع على الجيب كله ، خرج جيب **كـل** وهو عرض الموضع الذي أفقه دائرة **جـط ح** ، والكوكب عليها ، وكأنّه طالع في ذلك المسكن إن كان عن فلك نصف النهار شرقيًا أو كأنّه غارب فيه إن كان عن فلك نصف النهار غربيًا ، فحينئذٍ يسير بمطالع ذلك العرض أو بمغاربه.

طريق آخر

وأيضًا فإنّا نخرج قوس **كـ ط ع** وقوس **ا ط ف** وقوس **س ص ا** ، فيكون **ا ع** فضل ما بين مطالع درجة الطالع في البلد وبين مطالع الهيلاج في الفلك المستقيم ، **فـ ط ع** ميل مجراه. ونسبة جيب **كـط** الذي هو تمام ميل مجرى الهيلاج إلى جيب **ط ف** كنسبة جيب **كـ ع** إلى جيب **ع ب** ، ونسبة جيب **اط** إلى جيب **ط ع** كنسبة جيب **اف** إلى جيب **فـب** ، ونسبة جيب **اط** إلى جيب **ط ص** كنسبة جيب **اس** إلى جيب **س ف** ، ونسبة جيب **جـك**[٤] إلى جيب **كـل** كنسبة جيب **جـط** إلى جيب **ط ف**.

فإذن متى ضربنا جيب تمام ميل مجرى الهيلاج في جيب تمام فضل ما بين مطالعه في الفلك المستقيم ومطالع الطالع في البلد[٥] وقسمنا المجتمع على الجيب كله ، خرج جيب **ط ف**. فإذا ضربنا جيب ميل الهيلاج في الجيب كله وقسمنا ما بلغ على جيب تمام **ط ف** الذي كان حصل لنا ، خرج جيب **فـب**. فنأخذ فضل ما بينه

(٤) جـط.
(٥) في الأصل : «بين مطالعه ومطالع الطالع في الفلك المستقيم» وليس الأمر كذلك والتصحيح الذي نقترحه ينسجم مع ما ورد في البرهان.

وبين عرض البلد إن كان ميل الهيلاج شماليًا أو نجمعها إن كان جنوبيًا ونضرب جيب ذلك في جيب تمام **ط ف** ونقسم المجتمع على الجيب كله فيخرج جيب **ط ص**. فإذا ضربنا جيب **ط ف** في جيب عرض البلد وقسمنا المجتمع على جيب **جـ ط**، أعني جيب تمام **ط ص**، خرج جيب **كـ ل** الذي هو عرض أفق **جـ ط ح** وبمطالعه يسير الهيلاج إلى القاطع وذلك ما أردنا أن نبيّن.

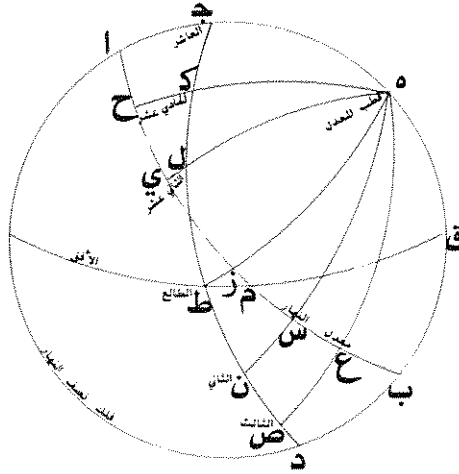
فهذه طرق حقيقية في باب التسيير، وقد تفرّدت بعملها واستغرقت أنواعها في كتاب «البرهان المبين في أعمال التسيير». وأمّا أهل هذه الصناعة، فإنّهم يسيّرون الهيلاج إلى القاطع معتقدين فيه أنّه على فلك نصف النهار ويسمّون ما يحصل لهم من ذلك أوّلاً، ثم يسيّرونه إليه أيضًا معتقدين أنّه على الأفق بمطالعه إن كان في جهة المشرق وبمغاربه التي هي مطالع نظيره (١٨٢ ظ) إن كان في جهة المغرب ويسمّون ما يحصل لهم من ذلك ثانيًا، ويأخذون الفضل بين الأوّل والثاني ويجعلون نسبة التعديل إليه كنسبة بعده عن فلك نصف النهار إلى نصف قوس نهاره. ثم إن كان الأوّل أنقص من الثاني زادوا هذا التعديل على الأوّل وإن كان زائدًا عليه نقصوه، فتحصل درج التسيير وهو عمل مبني على الإقناع دون البرهان.

وبمثله سلكوا طرقًا في مطارح الشعاعات وذلك أنّهم أرادوا أن يطلقوا على الدائرة التي وافقت الكوكب مقدار حصّة الشعاع فيكون ما وافقها من آخر إطلاعهم في خروج البروج موضع ذلك الشعاع ، واستخراج هذا المقصود بمثل ما عملوه في التسيير، وكل ذلك فاسد ، غير صحيح .

وأكثر العاملين بما تقدّم في التسيير يُجرون أعمالهم على أنّ الهيلاج عديم العرض لكنّ أبا الحسين الصوفي نبّه على أنّه إذا كان ذا عرض وكان على فلك نصف النهار استعمل درجة ممرّه دون درجته ، وعلى الأفق الشرقي درجة طلوعه ، وعلى الأفق الغربي درجة غروبه ، ثم أغفل الأمر إذا كان فيما بين وتدين . وذلك أنّه كان يجب ، بحسب ما أمره من العمل ، أن يجعل نسبة بعده عن فلك نصف النهار إلى نصف نهار قوسه كنسبة التعديل إلى الفضل بين درجة ممرّه وبين درجة طلوعه إن كان في جهة المشرق أو بين درجة غروبه إن كان في جهة المغرب ، ثم يعتبر ، في زيادة التعديل على درجة الممرّ ونقصانه منها ، تقدّم درجة الممرّ أو تأخّرها كما تقدّم حتّى كان يحصل له الدرجة التي يجب أن تستعمل للهيلاج في موضعه ، بل درجته ، وهذا ظاهر .

عمل تسوية الاثني عشر بالطريق المشهورة

ليكن **اهد** من فلك نصف النهار و**امب** نصف معدّل النهار و**جطد** نصف فلك البروج و**قمط** من الأفق ، فتكون نقطة **ط** درجة الطالع و**م** منتهى مطالعها في البلد و**جـ** درجة وسط السماء و**ا** منتهى مطالعها في الفلك المستقيم . فنخرج من قطب معدّل النهار وهو **ه** دائرة **هزط** ، فيكون **زم** تعديل نهار درجة الطالع و**زا** نصف قوس نهارها و**زب** نصف قوس ليلها وكل درجتين متناظرتين فإنّ نهارهما وليلهما متكافئان ، ف**زب** نصف قوس نهار درجة الغارب .

فنقسم ز ا بثلاثة أقسام متساوية على نقطتي ي ح ونجيز عليهما دائرتي ه ك ح ه ل ي ، وكذلك نقسم ز ب بثلاثة أقسام متساوية على نقطتي س ع ونجيز عليهما دائرتي ه س ن ه ع ص ، فيكون ك درجة الحادي عشر و ل درجة الثاني عشر و ن درجة الثاني و ص درجة الثالث.

فإذن متى أخذنا مطالع درجة الطالع بالبلد ، كان منتهاها م ، فنقصنا منها ام وهو ربع دائرة ، انتهينا إلى نقطة ا وهي منتهى مطالع درجة العاشر في الفلك المستقيم ، ثم زدنا عليه سدس نهار درجة الطالع أعني ا ح وهو ضعف أزمان ساعات نهار درجة الطالع [1] ، بلغنا إلى منتهى مطالع درجة الحادي عشر في الفلك المستقيم وهو ح ، ثم زدنا عليه ثانيةً ، بلغنا إلى منتهى مطالع درجة الثاني عشر في الفلك المستقيم وهو ي ، ثم زدناه عليه ثالثةً ، بلغنا إلى منتهى مطالع درجة الطالع في الفلك المستقيم وهو ز ، ثم زدنا عليها سدس ليل درجة الطالع أعني ز س الذي هو ضعف أزمان ساعات نهار درجة الغارب ، بلغنا إلى منتهى مطالع درجة الثاني في الفلك المستقيم وهو س ، ثم زدنا ثانيةً ، بلغنا إلى منتهى مطالع درجة الثالث في الفلك المستقيم وهو ع.

فإذا قوّسنا مطالع كل بيت منها في مطالع الفلك المستقيم خرجت درجة ، ونظائرها تصير معلومة لأنّها مقابِلة لها مناظَرةً ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

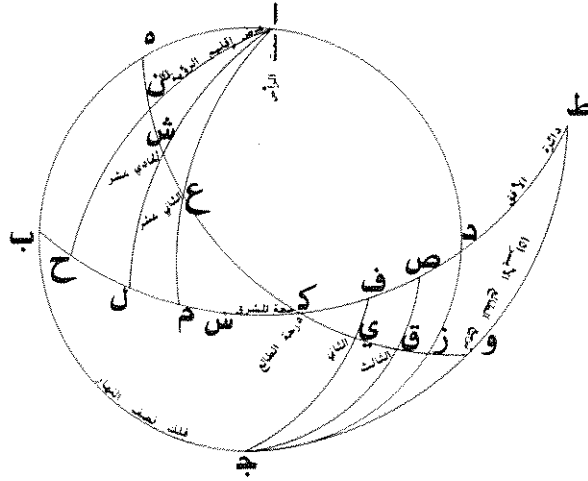
(١) في الأصل كررت هنا العبارة «أعني ا ح» الموجودة سابقًا بعد كلمة «الطالع».

$\alpha_{11} = \alpha_M + \frac{D_H}{6}$, $\alpha_{12} = \alpha_M + 2\,\frac{D_H}{6}$, $\alpha_1 = \alpha_H = \alpha_M + 3\,\frac{D_H}{6}$ (qui n'est autre que $\alpha_H = \alpha'_H + d_H$), $\alpha_2 = \alpha_H + \frac{N_H}{6}$, $\alpha_3 = \alpha_H + 2\,\frac{N_H}{6}$.

On a ensuite $\lambda_4 = \lambda_{10} + 180°$, etc...

عمل تسوية البيوت على مذهب حبش

ليكن ا ب جـ د فلك نصف النهار و ب د الأفق و ا جـ قطباه و ه ز نصف فلك البروج ونقطة ك درجة الطالع ونفرضها شمالية الميل ونقطة س مطلع [1] (١٨٣ و) الاعتدال ، فيكون س ك سعة المشرق . وندير على قطب ك وببعد ضلع المربّع ربعي دائرة ا ح جـ ط [2] ونخرج الأفق حتى يلقاها على نقطة ط وفلك البروج حتّى يلقاها على و ، فتكون نقطتا ن و تربيعي الطالع وكل واحدة من قوسي ا ن [3] جـ و عرض إقليم الرؤية .

ونقسم قوس ك ب من الأفق بثلاثة أقسام متساوية ونجيز من نقطة ا عليها أرباع دوائر تقطع فلك البروج على ش ع ، فتكون ش درجة الحادي عشر و ع درجة الثاني عشر . ونقسم أيضًا قوس ك د بثلاثة أقسام متساوية على نقطتي ف ص ونجيز من نقطة جـ عليها أرباع دوائر تقطع فلك البروج على ي ق فتكون ي درجة الثاني و ق درجة الثالث .

(١) مطالع .
(٢) ح ط .
(٣) از .
(٤) كان ذلك مكتوبًا على القوس ه ا .
(٥) كان ذلك مكتوبًا على القوس ط و .

ونسبة جيب **جـو**[٦] إلى جيب **جـط** كنسبة ظل **وق** إلى ظل **ط ص** وكنسبة ظل **وي** إلى ظل **ط ف** ، فأمّا **ط ص** فهو مجموع نصف سدس دائرة إلى ثلثي سعة مشرق نقطة **ك** ، وأمّا **ط ف** فهو مجموع سدس دائرة إلى ثلث سعة مشرق **ك**.

وأيضًا فإنّ نسبة جيب **ان**[٧] إلى جيب **ا ح** كنسبة ظل **ن ش**[٨] إلى ظل **ح ل** وكنسبة ظل **ن ع** إلى ظل **ح م** ، فأمّا **ح ل** فهو نصف سدس دائرة منقوصًا منه ثلثا سعة مشرق **ك** ، وأمّا **ح م** فهو سدس دائرة منقوصًا منه ثلث سعة مشرق **ك**.

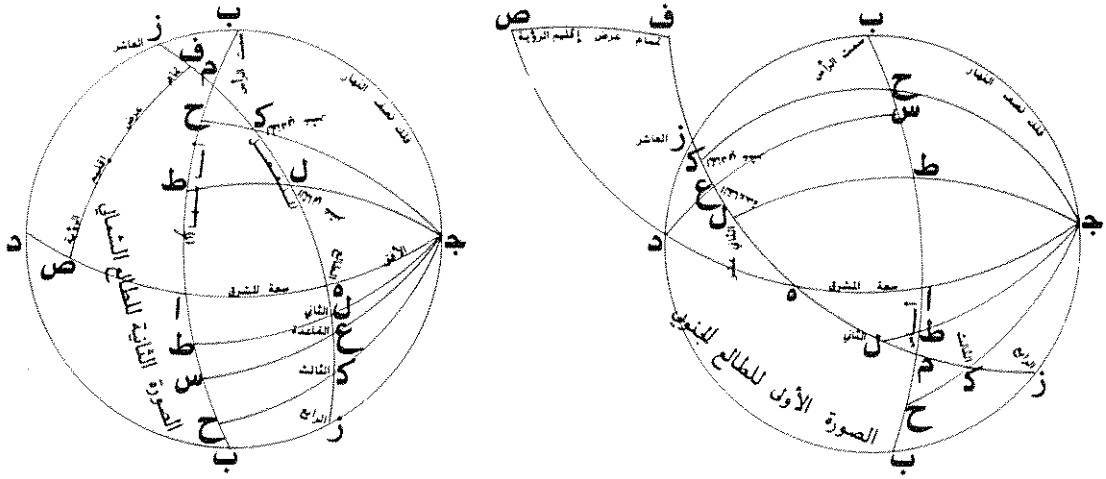
فإذن لمعرفة البيت[٩] الثاني نضرب ظل مجموع ستّين جزءًا وثلث سعة مشرق الطالع وللثالث نضرب ظل مجموع ثلاثين جزءًا وثلثي[١٠] سعة مشرق الطالع وبسبب[١١] الثاني عشر نضرب ظل ستّين جزءًا منقوصًا منها ثلث سعة مشرق الطالع وللحادي عشر نضرب ظل ثلاثين جزءًا منقوصًا منها ثلثا سعة مشرق الطالع ، كل واحد من ذلك في جيب عرض إقليم الرؤية ونقسم المجتمع من الضرب على الجيب كلّه فيخرج ظل بعد كل واحد من هذه البيوت عن تربيع الطالع إمّا فوق الأرض فعن الأيمن وهو نقطة **ن** ، وإمّا تحتها فعن الأيسر وهو نقطة **و**.

ونظائر هذه البيوت مقابلة الدرج ، وإذا كانت درجة الطالع جنوبية الميل ، عكسنا العمل في زيادة أثلاث سعة المشرق ونقصانها في المواضع المذكورة ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

(٦) هنا إشارة إلى حاشية كتب فيها جـز وهذا خطأ.
(٧) از.
(٨) لس.
(٩) النلب.
(١٠) هنا بدلت «ثلثي» إلى «ثلث» على السطر ولكن الصواب «ثلثي».
(١١) سب.

عمل تسوية البيوت على مذهبي

وإذ قد ذكرت هذا المعنى بحسب الرأيين معًا فمن الواجب أن أذكر طريقًا ثالثًا ، قد تفرّدت باختراعه وبيّنت في كتاب «تجريد الشعاعات» أنّه ، وإن طال عمله بعض الطول ، فقد أوجب النظر القياسي بالطريق الأوْلى على أنّه في تسطيح الكرة أسهل ما يمكن أن يكون صناعةً وعملاً به.

فيكون **جـاد** نصف الأفق الشرقي و **بـام** من الدائرة التي لا سمت لها أعني التي[1] قطبها تقاطع الأفق مع فلك نصف النهار وهو نقطة **جـ**، وليكن **زهم** من فلك البروج ونقطة **ه** هي درجة الطالع ونقطة **ز** درجة العاشر. ونقسم ربع **اب** بثلاثة أقسام متساوية على نقطتي **ح ط** ونجيز عليها دائرتي **جـطل جـحك** تقاطعان فلك البروج على نقطتي **كـل**، فتكون **ل** هي درجة الثاني عشر ونقطة **كـ** هي درجة الحادي عشر.

(١) الذي.
(٢) هكذا في الأصل ولا ندري إلى أية كلمة يرجع الضمير «ها».

فندير على قطب ه وببعد ضلع المربّع قوس ص ف ونديرأيضًا على قطب م وببعد ضلع المربع ربع د ع س في الصورة الأولى و جـ ع س في الصورة الثانية ولتسمّ نقطة ع القاعدة. وتبيّن أنّ نسبة جيب ه د وهو تمام سعة مشرق درجة الطالع إلى جيب د ع وهو تمام زاوية س م ع ، ولتسمّ الزاوية المتردّدة ، كنسبة جيب ه ص الربع إلى جيب ص ف وهو تمام عرض إقليم الرؤية. ونسبة جيب س م ع الذي هو مقدار الزاوية المتردّدة إلى جيب ه ا وهو سعة مشرق[3] الطالع كنسبة جيب ع م الربع إلى جيب ه م ويسمّى الضلع المنفصل. ونسبة جيب ه م إلى جيب م ا ، ويسمّى الأساس ، كنسبة جيب ه د إلى جيب د ع ، و س ب مساوٍ لـ م ا.

ونسبة جيب د ع إلى جيب د س[4] كنسبة ظل س ح إلى ظل ع ك وكنسبة ظل س ط إلى ظل ع ل (١٨٣ ظ) وكل واحدة من درجتي الحادي عشر والثاني عشر معلومة وبمثل هذا التدبير تبيّن لنا درجتا الثاني والثالث.

فإذن متى ضربنا جيب تمام سعة مشرق درجة الطالع في جيب تمام عرض إقليم الرؤية وقسمنا المجتمع على الجيب كلّه خرج جيب تمام الزاوية المتردّدة. فإذا ضربنا جيب سعة مشرق الطالع في الجيب كلّه وقسمنا المجتمع على جيب مقدار الزاوية المتردّدة خرج جيب الضلع المنفصل. فإن كانت درجة الطالع شمالية الميل زدنا عليها تمام الضلع المنفصل وإن كانت جنوبية نقصناه منها فننتهي إلى القاعدة. ثم نضرب جيب الضلع المنفصل في جيب تمام الزاوية المتردّدة ونقسم المجتمع على جيب تمام سعة مشرق درجة الطالع فيخرج جيب الأساس.

(٣) المشرق.

(٤) هذا خطأ فلا بدّ أن يكون « نسبة جيب د س إلى جيب د ع » والغلط هنا أصلي كما يستدل من الحساب الذي يلي بعد بضعة سطور (راجع حاشيتنا رقم (٥)).

فإن اتّفق أن يكون الأساس **ل** جزءًا ، كانت القاعدة أوّل البيت الحادي عشر إذا كانت درجة الطالع جنوبية الميل وأوّل البيت الثالث إذا كانت شمالية الميل.

وإن كان الأساس أقلّ من **ل** جزءًا أو أكثر منها إلى **ص**[٥] جزءًا، أخذنا<ظل>فضل ما بينهما وضربناه في الجيب كله وقسمنا المجتمع على جيب تمام الزاوية المتردّدة[٦] فما خرج فهو ظل التعديل. فإن كانت درجة الطالع جنوبية الميل وضلع الأساس أقل من **ل** جزءًا نزيد التعديل على القاعدة وإن كان أكثر ننقصه منه ، فننتهي إلى الحادي عشر ، وإن كانت شمالية الميل ننقص التعديل من القاعدة إن كان الأساس أقلّ من **ل** ونزيده عليها إن كان أكثر وننتهي إلى درجة الثالث.

ثم ننظر أيضًا إلى الأساس ، فإن اتّفق أن يكون **س** جزءًا فالقاعدة في الطالع الجنوبي هي أوّل بيت الثاني عشر وفي الشمالي أوّل البيت الثاني ، وإن كان أقلّ من **س** جزءًا أو أكثر عملنا به ما تقدّم واعتبرنا على قياس الاعتبار المذكور فتخرج لنا درجة الثاني عشر أو الثاني.

ثم ننظر بعد ذلك إلى الأساس ، فإن كان **ل** جزءًا فإنّا نزيد الضلع المنفصل على درجة الطالع الجنوبي فننتهي إلى درجة الثاني وننقصه من درجة الطالع الشمالي فننتهي إلى درجة الثاني عشر. وإن كان أكثر من **ل** جزءًا ، أخذنا<تمام>فضل ما بينهما وعملنا العمل الأوّل حتّى يخرج التعديل ، فنزيده على القاعدة في الطالع الجنوبي فننتهي إلى الثاني وننقصه منها في الطالع الشمالي فننتهي إلى الثاني عشر[٧] . وإن كان أقلّ من **ل** جزءًا ، أخذنا ظل تمام ما ينقص من **ل** وعملنا به ما ذكرناه حتّى يخرج التعديل ، فننقصه من درجة نظير القاعدة في الطالع الجنوبي فننتهْي إلى درجة الثاني ونزيده عليها في الشمالي فننتهْي إلى الثاني عشر.

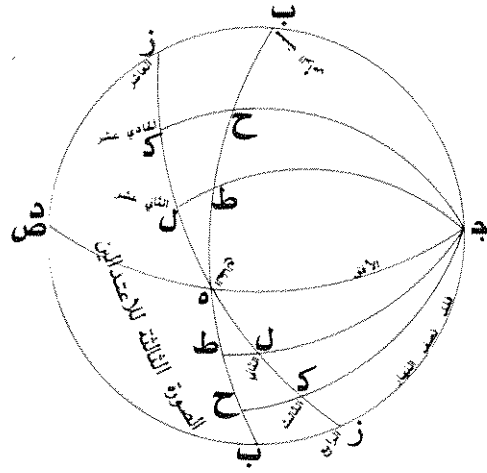
(٥) في الأصل **س**.

(٦) الصواب هنا إذا عكسنا العمليتين الأخيرتين «وضربناه في جيب تمام الزاوية المتردّدة وقسمنا المجتمع على الجيب كله» والخطأ يعود إلى خطأ سابق. أنظر حاشيتنا رقم (٤).

(٧) الثالث عشر.

وننظر أيضًا إلى الأساس ، فإن كان **س** (١٨٤و) جزءًا أو أقلّ أو أكثر امتثلنا فيه ما قدّمناه للثاني والثاني عشر حتّى يخرج لنا الثالث في الطالع الجنوبي والحادي عشر في الشمالي.

وإذا كانت درجة الطالع إحدى نقطتي الاعتدال ، أي كانت ، نسبة ظل بعد كل بيت عن فلك نصف النهار مأخوذ في فلك البروج إلى ظل قطع الدائرة التي لا سمت لها كنسبة جيب ارتفاع درجة وسط السماء إلى الجيب كلّه ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وما بقي فيما تقدّم ذكره منّي إلاّ وعنده بيان لِمَا يُحتاج إليه فيه ما عدا أعمال السموت فإنّها غير مستغنية عن خط نصف النهار ، فلذلك أروم أن أختم الكتاب بذكره.

استخراج خط نصف النهار بالدائرة الهندية

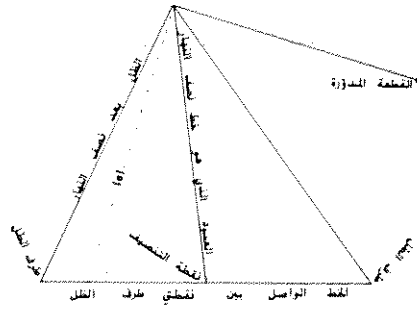
ومعرفة خط نصف النهار في أي موضع شئنا أن نسوّي سطح الأرض تسوية معتدلة موازية لسطح الأفق بحيث إذا صُبّ عليه ماء أو أُرسل رشّ وقف متحيّرًا ، لا يميل إلى جهة دون أخرى وكان انصبابه إلى جميع الجهات بالسواء. ثم ندير فيه[1] دائرة على أي قدر أمكن ونُنصِب على مركزها مقياسًا يكون عمودًا على السطح المستوى وعلى رأسه قطعة مدوّرة شبيهة بالكرة بحيث يقع ظلّها على الأرض شبيهة بالعدسة أو أكبر قليلاً فإنّا إذا جرّبنا المقياس المستدقّ الرأس فأدّى إلى غلط لتلاشي ظل طرفه عند الارتفاع القليل.

ثم نرصد ظل المقياس المنصوب في أوّل النهار حتّى يدخل الدائرة ، فنعلّم على محيطها نقطة مدخله ، وكذلك نرصده حتّى يخرج عنها في آخر النهار ، ونرسم الصلة بين نقطتي المدخل والمخرج بخط مستقيم وننصّفه ونصل في منتصفه بالمركز ونخرج هذا الخط الواصل على استقامته في كلتي الجهتين يكون خط نصف النهار ، والقطر القائم عليه هو خط الاعتدال.

وإن شئنا أخذنا ارتفاع الشمس في أي وقت شئنا قبل نصف النهار وعلّمنا على طرف ظل الشخص في سطح موازٍ للأفق ورصدنا مثل ذلك الارتفاع بعد نصف النهار ، فإذا صارت إليه علّمنا[2] على طرف ذلك الظل[3] أيضًا ووصلنا بين العلامتين بخط مستقيم وأخرجنا من منتصفه خطًّا مستقيمًا عمودًا عليه ، فيكون ذلك العمود هو خط نصف النهار وهذا مثال ذلك.

(١) فيه.
(٢) عملنا.
(٣) الشخص.

فأمّا لِمَ ذلك كذلك فمعلوم أنّ الظلين يكونان على الفصلين المشتركين لدائرتي ارتفاعيهما ولسطح الأفق ، ولأجل أنّ الأظلال المتساوية تكون لارتفاعات متساوية ، فارتفاعا هذين الظلين متساويان . وجيبا تمامي هذين الارتفاعين هما خطان متساويان خارجان من المركز على استقامة الظل ونهايتاهما مسقطا حجري الارتفاعين أعني جيبيهما[٤] . والخط الواصل بين هاتين النهايتين هو مساوٍ لوتر الدائر من الفلك بين وقتي الارتفاعين في المدار ومواز له .

وظاهر ممّا تقدّم أنّ كل نقطتين في مدار واحد متساويتي مقدار الارتفاع مختلفتي جهة المشرق والمغرب ، فإنّ بعديهما عن فلك نصف النهار متساويان . فسطح فلك نصف النهار يقطع وتر الدائر من الفلك بين الارتفاعين والخط الموازي له الذي ذكرنا بنصفين . ولتناظر المثلثين بالتبادل ، أعني الكائن أحدهما من جيبي تمامي الارتفاعين والخط الواصل بينهما < والثاني من الظلين والخط الواصل بينهما > ، ولتشابههما وامتداد أضلاع أحدهما على استقامة أضلاع الآخر وتوازي قاعدتيهما ، يقطع خط نصف النهار كل واحد من الخطين الواصلين في المثلثين على نصفين ، وذلك ظاهر ، لا يحتاج فيه إلى تصوير وتمثيل .

(٤) جيباهما .

(٥) هنا خط رسم على الشكل الوارد في المخطوطة مع ملاحظة كتب فيها « هذا الخط زائد » كما أنّه أشير إلى الطرف الأسفل لهذا الخط بالكلمتين « نقطة النصف » .

وليس في الزيجات التي شاهدتها من ذكر الأحوال التي تحدث في بسيط كرة الفلك من جهة دورانه ، بالاضافة إلى المساكن ، غير ما أبنت عنه أو مركبًا منه . وأمّا أحوال الكواكب في أفلاكها بالقياس إلى المدركين إيّاها فهو فنّ آخر وليس يتعلّق بهذا الموضع إذ لم يكن القصد بالخوض فيه إلاّ تمهيد الطريق للمتأمّل وإرشاده إلى استعمال الشكل المغني عن القطاع في القسي الفلكيّة وتدريبه بكثرة (١٨٤ ظ) اختلاف الأحوال والأوضاع عليه ، وقد زدت على الكفاية التي احتيج إليها .

ولي أن أقطع الكلام على حسب ما جرت به عاداتي من افتتاح كل قول وفعل واختتامه بالحمد لله وليّ العدل وواهب العقل ومصلح الكل المسؤول إدامة نعمه لديّ بما أهّلني له من الحظوة عند الاصبهبد الجليل — أدام الله علوه — والتمكين من مجلسه الرفيع وتعريفي شكره بها بأمانة زيادة في الحسنى وسعادة في الهدوء والغنى ، إنّه على ذلك قدير وهو ربّ العالمين .

تمّت الرسالة الموسومة بـ «مقاليد علم الهيئة» من تصانيف أبي الريحان البيروني قدّس الله روحه . فرغ من تحريره أضعف عباد الله حسن بن محمد بن المطهر — نفعه الله به — في حادي عشر من رمضان المبارك سنة أربع وثمانين وسبع مائة ، والحمد لله وصلّى الله على سيّدنا محمد النبي وآله الطيبين الطاهرين وسلّم تسليمًا .

INDEX DES TERMES TECHNIQUES

Cet index n'est pas exhaustif. Les termes retenus appartiennent pour la plupart au vocabulaire classique de l'astronomie sphérique arabe médiévale. Certains, au contraire, s'appliquant par exemple à des notions particulières (ishtirāk, inᶜikās, ...) ou à des éléments auxiliaires du calcul (qāᶜida, ᵓasās, ...), sont manifestement choisis ici par Bīrūnī. On trouvera aussi quelques mots très simples, tels que *nisba, shakl, saṭḥ, miqdār,* ... qui, dans les mathématiques anciennes, revêtent des significations diverses, parfois difficiles à cerner.